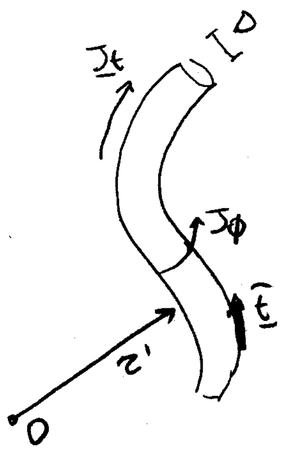
ANTENNE A FILO

E' una classe molto ampia di antenne, costituite da elementi filari sagomati secondo forme opportune.

Si ammette che tali fili abbiano diametro molto inferiore alla lunghezza d'onda in modo che sia lecito supporre che la corrente non abbia componente azimuthale, bensì solo componente lungo la direzione del filo



$D \ll \lambda$

$$\underline{J} = \underline{J}_t + \underline{J}_\phi$$

si ammette che

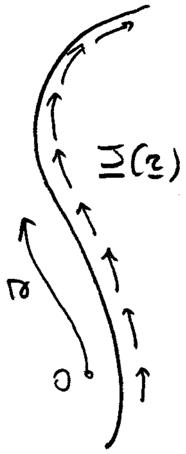
$$|\underline{J}_\phi| \lll |\underline{J}_t|$$

Detto quindi $\hat{\underline{t}}$ il versore tangente al filo (che ne descrive quindi la forma) la densità di corrente sarà pertanto espressa come

$$\underline{J}(\underline{r}') = I(s)\,\hat{\underline{t}}\,\delta(u-u')\,\delta(v-v')$$

dove $\underline{r}' = s\hat{\underline{t}} + u'\hat{\underline{u}} + v'\hat{\underline{v}}$ con u e v coordinate che si muovono sulla sezione del filo

s coordinata curvilinea



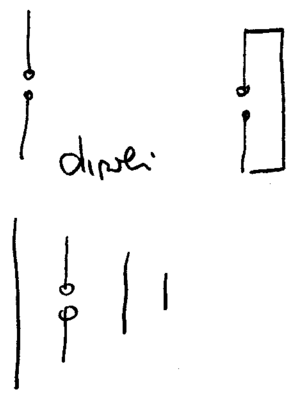
In queste ipotesi, il campo lontano irradiato da una siffatta distribuzione di corrente si riscrive come

$$\underline{E}(\underline{r}) \sim -j\eta_0 k_0 \frac{e^{-jk_0 r}}{4\pi r} \int_{filo} \left[\hat{\underline{t}} - (\hat{\underline{r}}\cdot\hat{\underline{t}})\,\hat{\underline{r}}\right] I(s)\, e^{jk_0 \hat{\underline{r}}\cdot\underline{r}'}\, ds$$

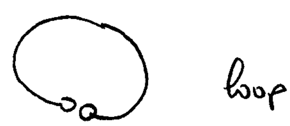
$$\underline{E}(\underline{r}) \sim -jk_0\eta_0 \frac{e^{-jk_0 r}}{4\pi r} \int_{filo} \left[\hat{\underline{t}} - (\hat{\underline{r}}\cdot\hat{\underline{t}})\,\hat{\underline{r}}\right] I(s)\, e^{jk_0 \hat{\underline{r}}\cdot\hat{\underline{t}} s}\, ds$$

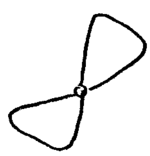
Esempio

1. Antenne rettilinee



2. Antenne curvilinee





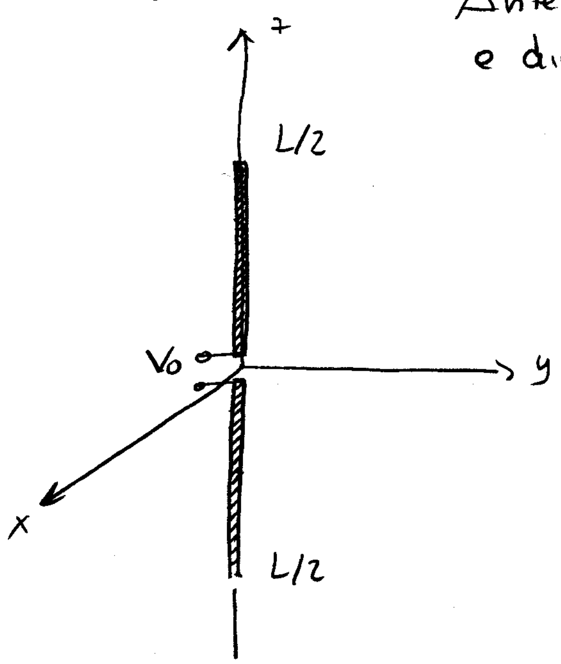
ANTENNE A FILO RETTILINEE

Si considera un'antenna filare lunga L, orientata lungo l'asse $\hat{\underline{z}}$ e centrata rispetto al sistema di riferimento

Antenna a dipolo

$$\hat{\underline{t}} \equiv \hat{\underline{z}}$$

$$\vartheta \equiv z'$$



$$\hat{\underline{z}} - (\hat{\underline{r}} \cdot \hat{\underline{z}})\hat{\underline{r}} = \cancel{\mathcal{R}}$$

con

$$\hat{\underline{z}} = \hat{\underline{r}} \cos\vartheta - \hat{\underline{\vartheta}} \sin\vartheta$$

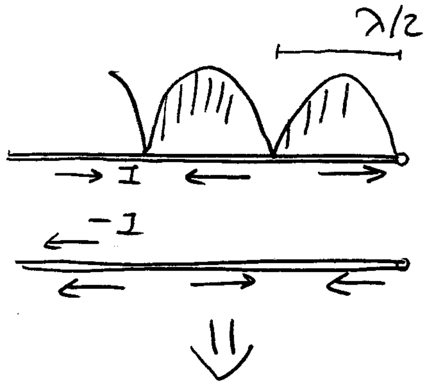
$$\cancel{\mathcal{R}} = \hat{\underline{r}} \cos\vartheta - \hat{\underline{\vartheta}} \sin\vartheta - \cos\vartheta\, \hat{\underline{r}} = -\sin\vartheta\, \hat{\underline{\vartheta}}$$

$$\hat{\underline{r}} \cdot \underline{z}' = z' \cos\vartheta$$

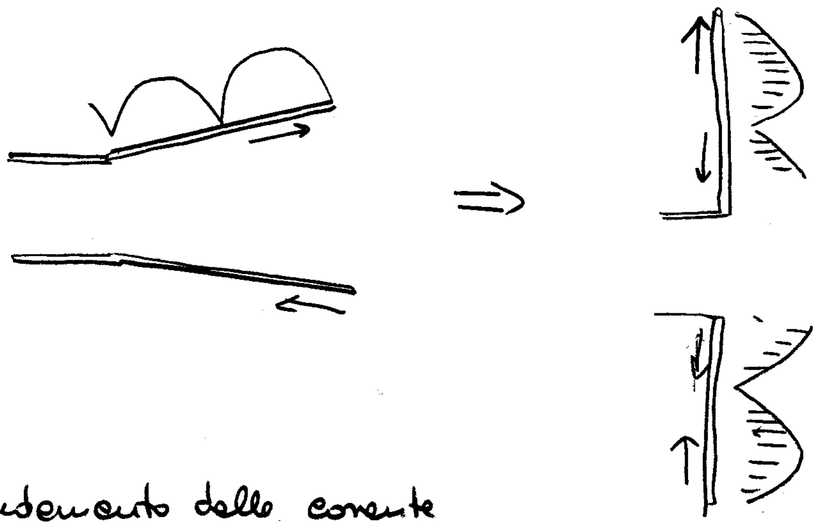
Quindi il campo irradiato si scrive come

$$\underline{E}(\underline{r}) \sim j\eta_0 k_0 \frac{e^{-jk_0 r}}{4\pi r} \sin\vartheta \int_{-L/2}^{L/2} I(z')\, e^{jk_0 z' \cos\vartheta}\, dz'\, \hat{\underline{\vartheta}}$$

Ai morsetti del dipolo è connesso un generatore di tensione in regime sinusoidale che eccita sul conduttore una corrente elettrica $J(\vec{r}')$, anch'essa variabile sinusoidalmente nel tempo, che produce irradiazione.
Tale corrente può essere riguardata come una corrente equivalente che "simula" la presenza del conduttore elettrico perfetto del filo. Questa corrente non è in generale nota ed è di per se l'incognita del problema. Si vedrà più avanti come determinarla qualunque sia la forma dell'antenna filare. Ai fini del campo lontano è invece sufficiente fare delle ipotesi sulla forma di tale corrente da inserire nell'integrale del campo lontano.
Un dipolo elettrico di lunghezza finita, come quello disegnato, si può pensare come ottenuto da una linea di trasmissione divaricata, in circuito aperto -



circuito aperto ⇒ si formano massimi e minimi di corrente (onde stazionarie)



L'andamento della corrente potrà pertanto essere approssimato da un'onda stazionaria con un numero di massimi e minimi dipendenti dalla lunghezza dell'antenna

$$I(z) = I_0 \frac{\sin\left[k_0\left(\frac{L}{2} - |z|\right)\right]}{\sin \frac{kL}{2}} \quad (*)$$

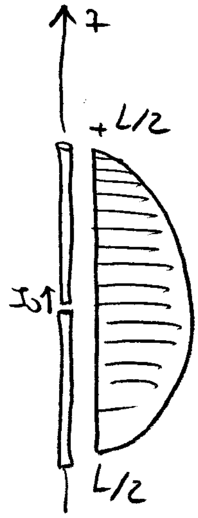
(*) questa stima della corrente non è adatta al calcolo della reattanza d'ingresso, ma solo della resistenza di radiazione che è un parametro di far-field.

DIPOLO A MEZZ'ONDA

$$L=\frac{\lambda}{2} \Rightarrow I(z') = I_0 \sin\left[\underbrace{\frac{2\pi}{2}\frac{\lambda}{4}}_{\frac{\pi}{2}} - k|z|\right]$$

$$I(z') = I_0 \cos kz'$$

Il campo irradiato diventa



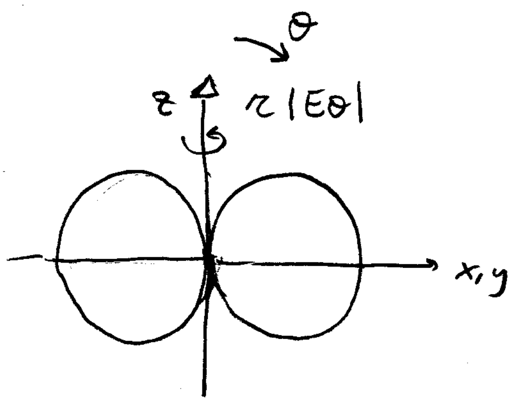
$$\underline{E}(\underline{r}) \sim j\eta_0 k_0 \frac{e^{-jk_0 r}}{4\pi r} I_0 \sin\theta \int_{-\frac{L}{2}}^{L/2} \cos kz' \, e^{jk_0 z'\cos\theta} \, dz' \, \hat{\underline{\theta}}$$

L'integrale vale

$$2 \cdot \frac{\cos\left(\frac{\pi}{2}\cos\theta\right)}{\sin^2\theta}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \underline{E}(r) \sim 2j\eta_0 I_0 \dfrac{e^{-jk_0 r}}{4\pi r} \dfrac{\cos\left(\frac{\pi}{2}\cos\theta\right)}{\sin\theta} \hat{\underline{\theta}} \\ \underline{H}(\underline{r}) = \dfrac{1}{\eta_0} \hat{\underline{r}} \times \underline{E} \end{cases}$$

L'andamento è simile a quello del dipolo elementare, ma, come si vedrà, è più schiacciato



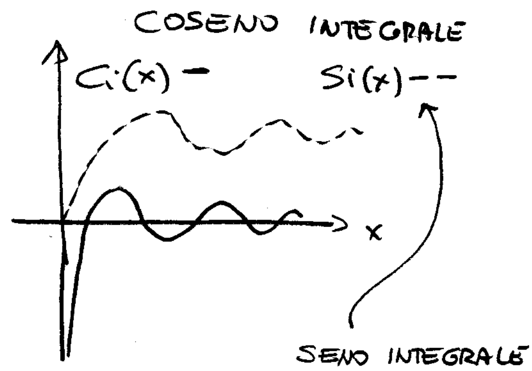
Si calcola la Direttività e l'angolo di apertura a metà potenza

- $$D(\theta,\phi) = \frac{I(\theta,\phi)}{P_R} 4\pi$$

$$I(\theta,\phi) = \frac{1}{2\eta_0} |E_\theta|^2 = \frac{\eta_0}{8\pi^2} I_0^2 \frac{\cos^2\left(\frac{\pi}{2}\cos\theta\right)}{\sin^2\theta}$$

$$P_R = \frac{\eta_0}{8\pi^2} I_0^2 \int_0^{2\pi}\int_0^{\pi} \frac{\cos^2\left(\frac{\pi}{2}\cos\theta\right)}{\sin^2\theta}\, d\theta\, d\phi$$

$$= \frac{\eta_0}{4\pi} I_0^2 \underbrace{\int_0^{2\pi} \frac{\cos^2\left(\frac{\pi}{2}\cos\theta\right)}{\sin^2\theta}\, d\theta}_{\frac{Ci(2\pi)}{2}}$$



$$Ci(x) \triangleq -\int_x^{\infty} \frac{\cos\tau}{\tau}\, d\tau$$

$$Si(x) \triangleq \int_0^{x} \frac{\sin\tau}{\tau}\, d\tau$$

si tratta di funzioni speciali tabulate sui testi di Antenne. (ex. Balanis)

Si può comunque approssimare

$$P_R \simeq 36{,}5\, I_0^2$$

La direttività è pertanto

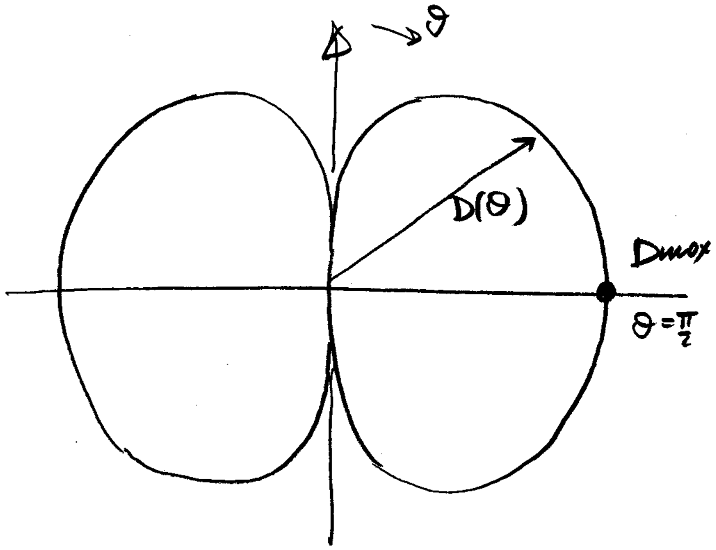
$$D(\theta,\phi) = \frac{\eta_0 \cdot 4\pi}{8\pi^2 \cdot 36{,}5} \quad \frac{\cos^2\left(\frac{\pi}{2}\cos\theta\right)}{\sin^2\theta}$$

$$\eta_0 = 120\pi$$

$$\boxed{D(\theta,\phi) = 1{,}64 \quad \frac{\cos^2\left(\frac{\pi}{2}\cos\theta\right)}{\sin^2\theta}}$$

La massima direttività si ha sul piano $\theta = \frac{\pi}{2}$

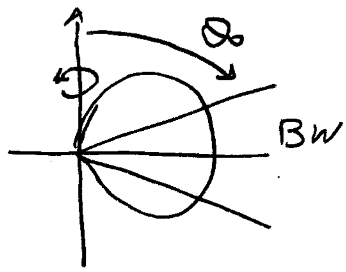
$$\boxed{\begin{aligned} D_{max} &= 1{,}64 \\ &= 2{,}15\ dB \end{aligned}}$$



Si ricorda che era

	D [dB]	BW-3
dipolo isotropo	0	360
dipolo elementare	1,76	90°
dipolo a $\lambda/2$	2,15	78°

Beam Width



$BW_{-3} = \pi - 2\theta_0$ con

$D(\theta_0) = \frac{1}{2} D_{max} \Rightarrow \cos^2\left(\frac{\pi}{2}\cos\theta_0\right) = \frac{1}{2}\sin^2\theta_0$

$\theta_0 = 51°$

$$\boxed{BW_{-3} = 78°}$$

La "ciambella" del solido di radiazione descritta dalla direttività di un dipolo a $\lambda/2$ è quindi più schiacciata della corrispondente del dipolo elementare.

Resistenza di Radiazione

$P_{in} = P_R = \frac{1}{2} R_R |I_0|^2 \Rightarrow R_R = \frac{2P_R}{|I_0|^2} = 2 \times 36{,}5\ \Omega$

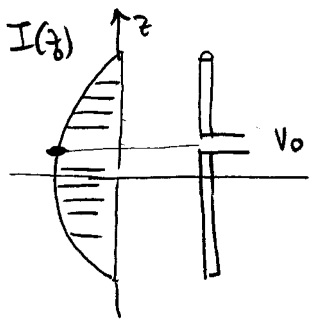
$$\boxed{R_R \simeq 74\ \Omega}$$

E' molto vicina all'impedenza caratteristica dei generatori a $50\ \Omega$ e quindi facilmente adattabile

NB Le caratteristiche del dipolo a $\lambda/2$ vanno marchiate a fuoco in testa! NON SI TRANSIGE!

Resistenza di radiazione fuori centro

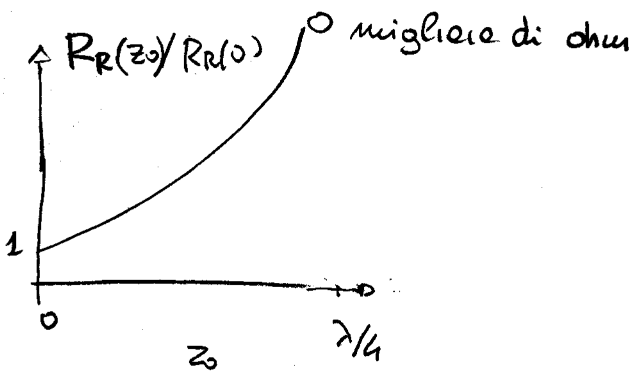
Se l'alimentazione del dipolo è posta lontano dal centro del dipolo, allora si avrà un valore differente della resistenza di Radiazione



$$R_{R}(z_0) = \frac{2 P_R}{|I(z_0)|^2}$$

$$I(z) = I_0 \cos k_0 z$$

$$\Rightarrow R_R(z_0) = \frac{2 P_R}{|I_0|^2 \cos^2 k_0 z} = R_R(z=0) \frac{1}{\cos^2 k_0 z}$$



La resistenza di radiazione è quindi minima per alimentazione posta al centro e può allora essere modificata (adattata) semplicemente spostando il punto in cui sono posti i morsetti.

Reattanza d'ingresso

Non è calcolabile direttamente dalle equazioni scritte perché è legata a fenomeni di campo vicino i quali non sono deducibili dalla semplice forma ipotizzata per la corrente. L'unica cosa che si può dire è che la reattanza d'ingresso è circa nulla per un dipolo a mezz'onda.

Un dipolo a $\lambda/2$ è quindi un'antenna risonante

$$Z_{in} \simeq R_R$$

Se il dipolo è realizzato con un buon conduttore (rame, alluminio) le perdite sono molto basse e l'efficienza di radiazione

$$\eta_R > 95\,\%$$

Esempio (Collin pag 36)

$r_0 = 0{,}5$ cm $\qquad f = 100$ MHz $\qquad R_J \cong 0{,}052\,\Omega$

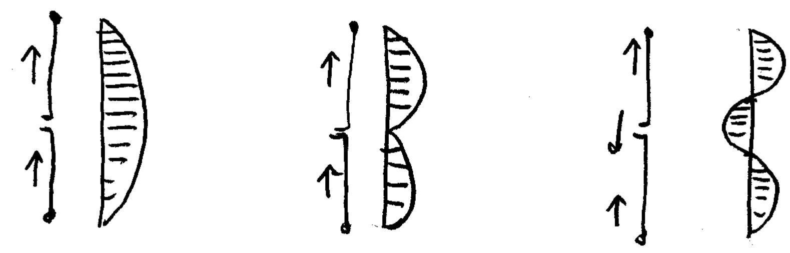
$R_R = 74\,\Omega$

Impedenza d'ingresso vs. Frequenza

Al variare della frequenza cambia la dimensione elettrica del dipolo

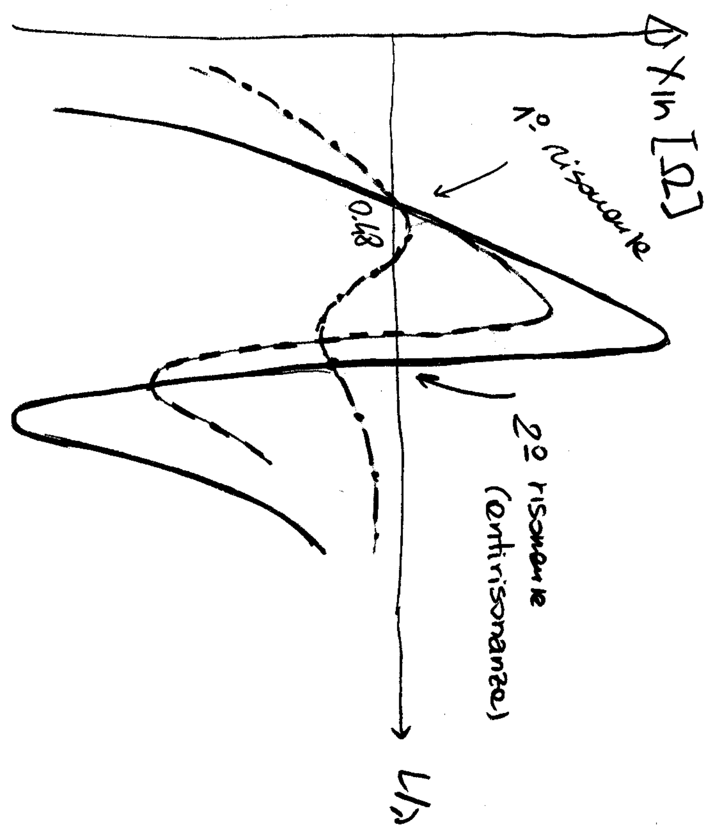
$$k_0 L \rightleftarrows \frac{L}{\lambda}$$

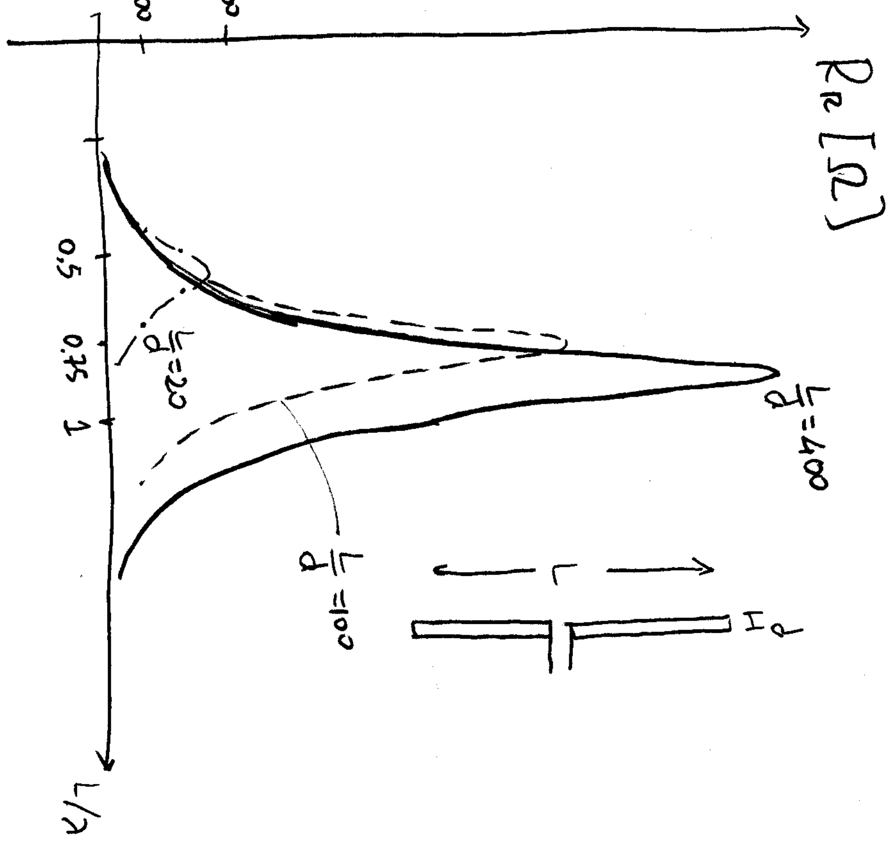
cambierà quindi la distribuzione di corrente. In particolare, aumentando L/λ aumentano le oscillazioni di corrente sul filo: una oscillazione ogni mezza lunghezza d'onda.



$L = \frac{\lambda}{2}$ $L = \lambda$ $L = \frac{3}{2}\lambda$

La variazione della corrente comporterà una variazione di tutte le grandezze elettriche e radiate.



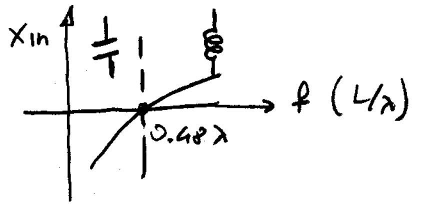


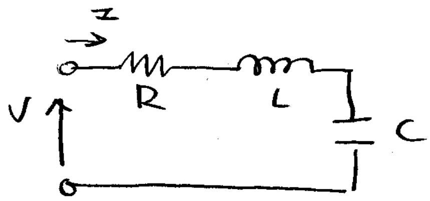
All'aumentare dello spessore del dipolo le curve si schiacciano verso lo zero: l'andamento dell'impedenza risulta quindi meno sensibile alle variazioni di frequenza (banda più larga)

□ $L \simeq 0{,}48\lambda$ $\qquad X_{in} = 0 \qquad R_{in} \simeq 75\,\Omega$ $\qquad$ Risonanza Serie

$$I_0 = \frac{V}{Z_{in}}$$

La corrente sul punto di alimentazione assume un valore non particolarmente basso. Si parla di risonanza serie perché tensione e corrente, a ridosso di $L/\lambda = 0.48$ si comportano come in un circuito elettrico RLC serie





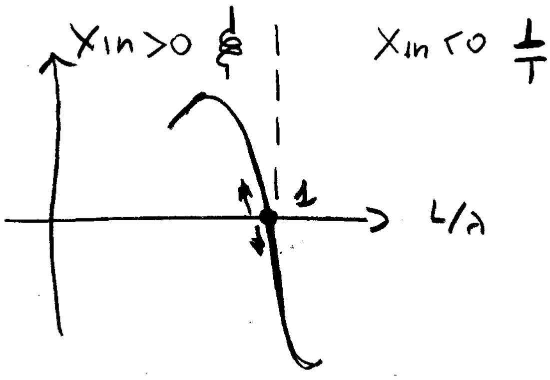
Tensione e corrente sono in fase

La curva della reattanza attraversa lo zero con una bassa pendenza.

□ $L \simeq \lambda$ $\qquad X_{in} = 0 \qquad R_{in} \sim$ centinaia di Ω $\qquad$ RISONANZA PARALLELO (ANTIRISONANZA)

La corrente sul punto di alimentazione assume in questo caso valori molto bassi, prossimi allo zero.

La reattanza attraversa lo zero con una pendenza molto elevata.



Piccole variazioni di frequenza nell'intorno dell'antirisonanza provocano elevate variazioni dell'impedenza d'ingresso dell'antenna, e quindi del suo adattamento di impedenza.

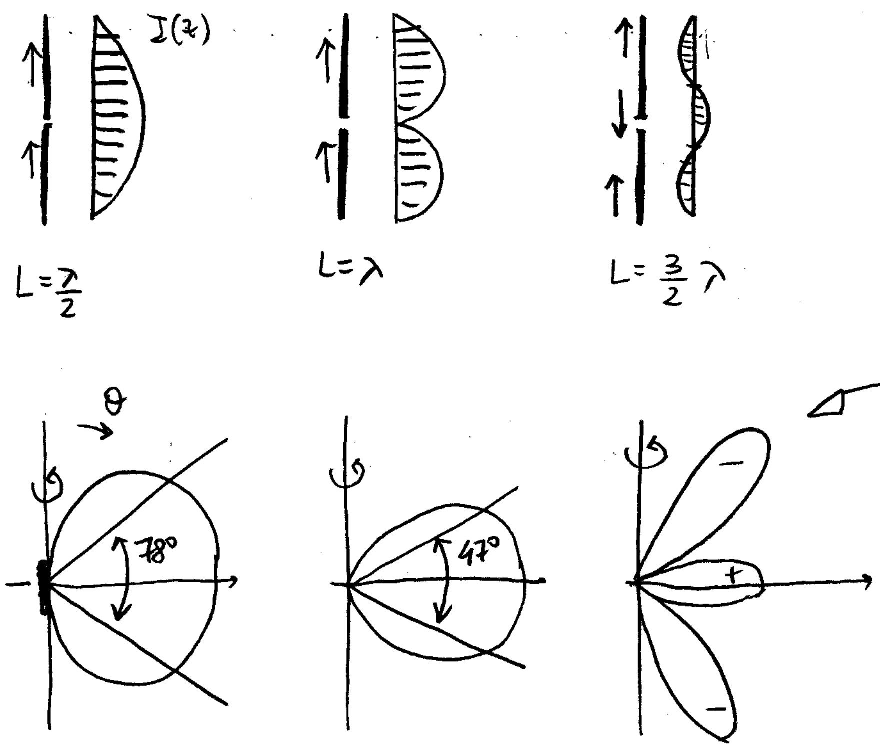
Nella prima risonanza, invece, l'impedenza d'ingresso è meno sensibile alle variazioni di frequenza (L/λ) nell'intorno della risonanza

N.B. $\Rightarrow$ La banda della risonanza serie è più larga della banda relativa alla risonanza parallelo.

N.B $\Rightarrow$ Alle frequenze per cui la reattanza è negativa il dipolo ha un comportamento capacitivo. Altrimenti ha comportamento induttivo

Un'antenna (dipolo compresso) alterna risonanze (serie) e antirisonanze, all'infinito.
Tipicamente si fa in modo di lavorare alle risonanze serie che esibiscono una impedenza più bassa e quindi più semplice da adattare al generatore o al carico.

Alle risonanze superiori il diagramma di radiazione comincia a diventare lobato, la direttività massima aumenta ed il BW_{-3} diminuisce.



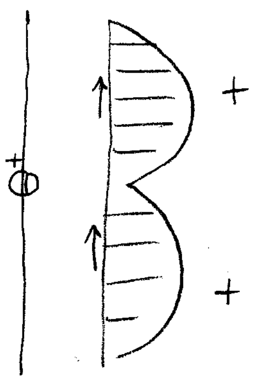
I vari lobi hanno fase alternata

Dipolo ad onde intere

Il dipolo ad onda intera esibisce un comportamento molto diverso se l'alimentazione è posta al centro o fuori centro

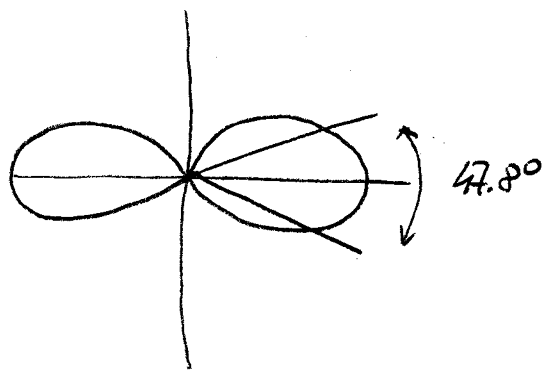
1) Alimentazione al centro

il generatore vede una impedenza d'ingresso molto elevata ($\sim 10^3 \Omega$) ma non infinita quindi viene comunque accoppiata una parte di potenza all'antenna.



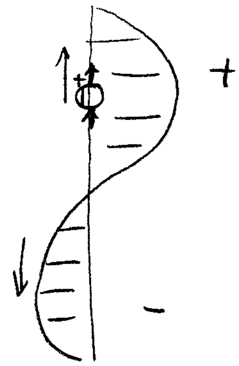
Il generatore fissa il verso della corrente e di conseguenza la corrente sui due tratti del dipolo è equiversa $\Rightarrow$ non si ha un nullo nel diagramma di radiazione nella direzione broadside

Il diagramma di radiazione è simile a quello di un dipolo a $\lambda/2$ ma il lobo è più stretto.



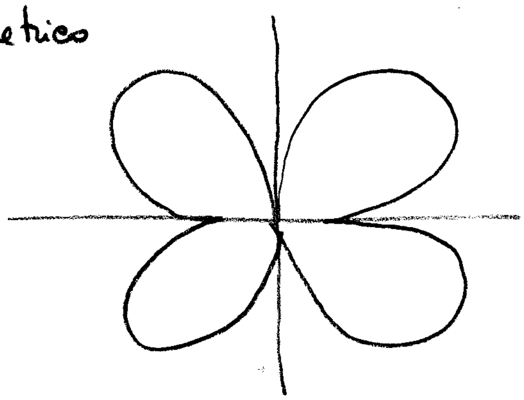
2) Alimentazione fuori centro

In questo caso la corrente nel filo vede un'alternanza di fase rispetto a $z=0$. Ciò accade anche quando il generatore è spostato di molto poco dal centro.



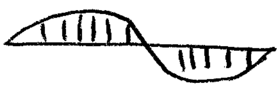
Il diagramma di radiazione è allora molto diverso da quello del dipolo a $\lambda/2$

in generale è asimmetrico



Si ha simmetria solo se sono utilizzati due generatori in posizione simmetrica (nulli nel broadside)

In altri termini il dipolo ad onda intera ammette due diverse soluzioni di corrente dipendenti dalla posizione del generatore



la prima compatibile con alimentazione nel centro e la seconda con alimentazione fuori centro.

Altezza (Lunghezza) Efficace Dipolo $\lambda/2$

Si era trovato per il dipolo a mezz'onda

$$\underline{E}(r) \sim 2j\eta_0 \frac{e^{-jk_0 r}}{4\pi r} I_0 \frac{\cos\left(\frac{\pi}{2}\cos\theta\right)}{\sin\theta}\hat{\underline{\theta}}$$

La rappresentazione del campo in funzione della lunghezza efficace è

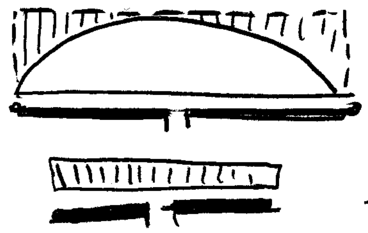
$$\underline{E}(\underline{r}) \sim j\eta_0 k_0 \frac{e^{-jk_0 r}}{4\pi r} I_0 \underline{h}(\hat{\underline{r}})$$

$$\Rightarrow \underset{\text{dip. } \frac{\lambda}{2}}{\underline{h}(\hat{\underline{r}})} = \frac{2}{k_0} \frac{\cos\left(\frac{\pi}{2}\cos\theta\right)}{\sin\theta}\hat{\underline{\theta}}$$

Il massimo valore di lunghezza efficace (la massima proiezione del dipolo lungo la normale alla direzione di osservazione) è

$$\boxed{h_{max}} = \left|h\left(\frac{\pi}{2}\right)\right| = \frac{2}{k_0} = \boxed{\frac{\lambda}{\pi}} < \frac{\lambda}{2} = L$$

Cioè la h_{max} è più piccola della lunghezza geometrica dell'antenna. In altri termini lo spazio a disposizione non è usato in maniera ottimale per

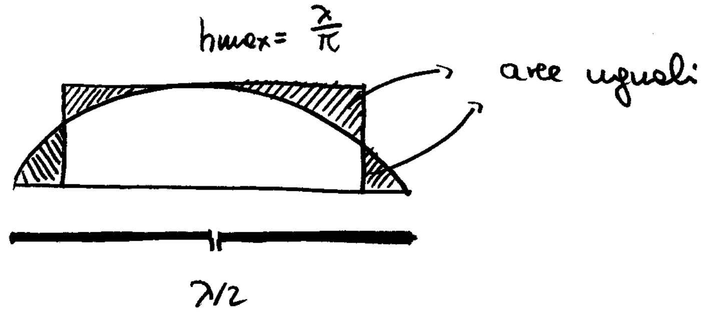


$\lambda/2$

$\frac{\lambda}{\pi}$

l'irradiazione rispetto al caso di avere una corrente costante lungo tutto il filo (come avviene nel dipolo elementare).

Detto in altro modo, il dipolo a $\lambda/2$ si comporta nei riguardi della capacità di direzionare il potenza radiata come un dipolo più corto avente distribuzione costante di corrente.



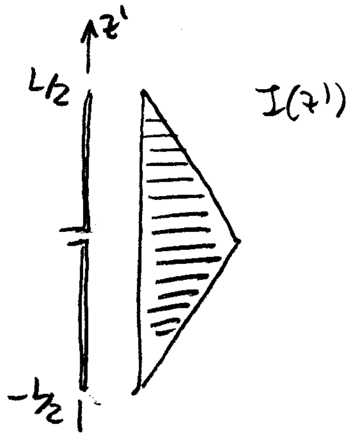
DIPOLO CORTO ($L \ll \lambda/2$)

Un dipolo di lunghezza inferiore a $\lambda/2$, per esempio compresa tra

$$\frac{\lambda}{50} < L < \frac{\lambda}{10}$$

ha un comportamento intermedio tra il dipolo a mezz'onda ed il dipolo Hertziano (che ha corrente costante).

In un dipolo corto (reale, non matematico) la corrente deve annullarsi ai bordi e quindi non può che essere ancora massima al centro. Un modello molto semplice di andamento di corrente è una funzione triangolare come si può dedurre approssimando l'espressione generica della corrente sul filo rettilineo



$$I(z') = I_0 \frac{\sin\left[k_0\left(\frac{L}{2} - |z'|\right)\right]}{\sin \frac{k_0 L}{2}}$$

con

$$\sin\left[k_0 \frac{L}{2}\left(1 - \frac{2|z'|}{L}\right)\right] \sim k_0 \frac{L}{2}\left(1 - \frac{2|z'|}{L}\right)$$

$$\sin \frac{k_0 L}{2} \sim \frac{k_0 L}{2} \quad \Rightarrow \quad \underline{I(z') \sim I_0\left(1 - \frac{2|z'|}{L}\right)}$$

Una approssimazione si può anche introdurre nell'integrale di radiazione

$$\int_{-L/2}^{L/2} I(z')\, e^{jk_0 z' \cos\theta}\, dz'$$

poiché $k_0 z' \lll 1$

$|\cos\theta| < 1$

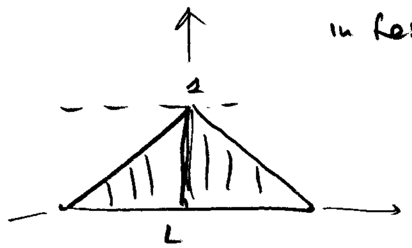
allora si può ammettere che l'esponenziale sia unitario, cioè si trascurano le piccole differenze di fase tra i dipolini elementari sul filo

$$e^{jk_0 z' \cos\theta} \sim 1$$

$$\Rightarrow \quad E_\theta \cong j \eta_0 k_0 \frac{e^{-jk_0 r}}{4\pi r} \sin\theta\, I_0 \int_{-L/2}^{L/2} \left(1 - \frac{2|z'|}{L}\right) dz'$$

i contributi elementari si sommano in fase

$$\int_{-L/2}^{L/2} \left(1 - \frac{2|z'|}{L}\right) dz'$$



$$= \frac{L}{2}$$

$$\Rightarrow \quad E_\theta \cong j \eta_0 k_0 \boxed{\frac{L}{2} I_0} \sin\theta \frac{e^{-jk_0 r}}{4\pi r}$$

$$E_\theta = j \eta_0 k_0 \boxed{\Delta l\, I_0} \sin\theta \frac{e^{-jk_0 r}}{4\pi r}$$

dipolo Hertziano

Il dipolo corto ha quindi una lunghezza efficace $\boxed{h = \frac{L}{2}}$

La lunghezza fisica è quindi usata in maniera poco efficiente.

La resistenza di radiazione si può calcolare con il solito procedimento e, ripetendo il calcolo fatto per il dipolo elementare si trova

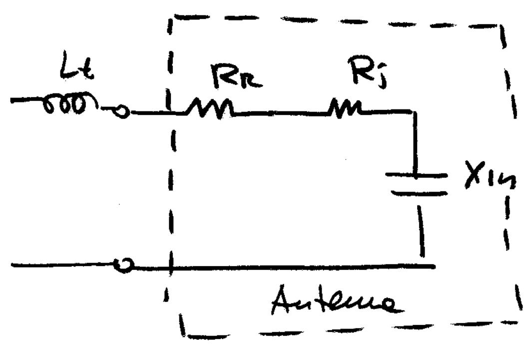
$$R_R = 20\pi^2 \left(\frac{L}{2\lambda}\right)^2$$

che risulta quindi 1/4 di quella del dipolo elementare.
Il diagramma di radiazione è molto simile a quello del dipolo Hertziano.

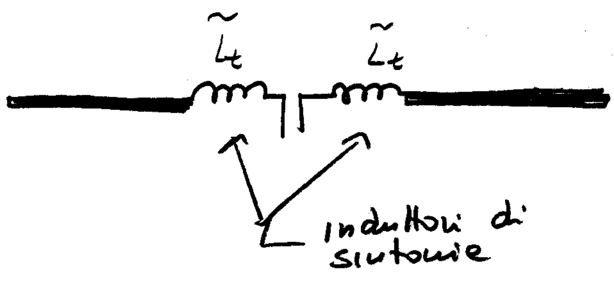
Dipoli più piccoli di $\lambda/2$ <u>non sono</u> risonanti e hanno quindi una reattanza d'ingresso capacitiva. L'antenna si può portare in risonanza connettendo in serie all'alimentazione un induttore a costanti concentrate tale che

$$\omega L_t = -X_{in}$$

$$L_t = -\frac{X_{in}}{\omega}$$

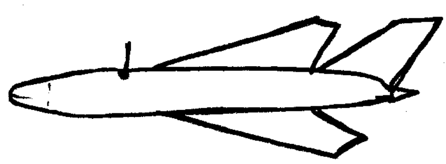


Per preservare la simmetria possono essere introdotti due induttori con $\tilde{L}_t = -\frac{X_{in}}{2\omega}$

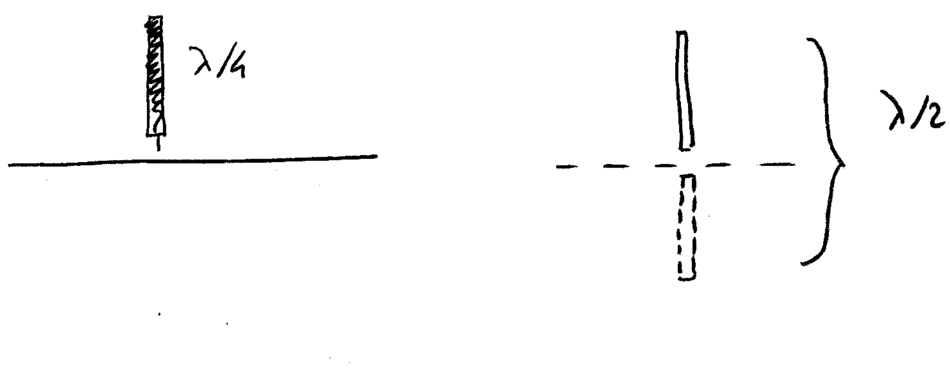


MONOPOLO ELETTRICO

A volte è utile realizzare un'antenna a filo su conduttore piano (come nel caso del terreno, il tettuccio dell'auto, la carlinga di un aeroplano, il ponte di una nave).

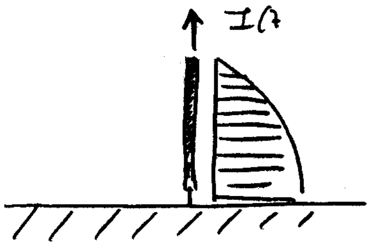


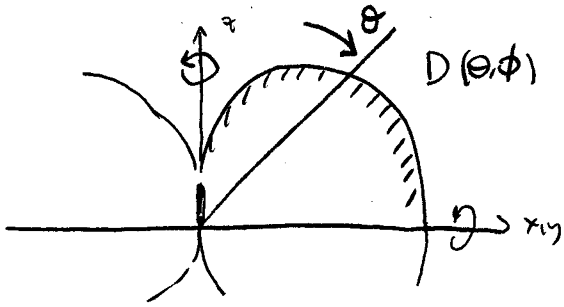
In tal caso si ricorda che un piano perfettamente conduttore si comporta come uno specchio ricreando una immagine speculare dell'antenna



La mezza antenna su piano di massa ha quindi proprietà radiative molto simili a quelle dell'antenna intera nello spazio libero.

Tra le configurazioni più utilizzate c'è il monopolo a $\lambda/4$ che ottiene all'immagine irradierà come un dipolo a $\lambda/2$ in $z>0$





La direttività risulta però scalata di un fattore x2, rispetto a quella del dipolo, come dimostrato in seguito:

$$D(\theta,\phi)[mono] = 4\pi \frac{I(\theta,\phi)}{\int_0^{2\pi}\int_0^{\pi/2} I(\theta,\phi)\, d\Omega} \qquad 0\ \theta < \frac{\pi}{2}$$

mezza sfera

L'intensità di radiazione è la stessa di quella del dipolo corrispondente. La potenza irradiata è però metà ($\int_0^{2\pi}\int_0^{\pi/2} *$ invece di $\int_0^{2\pi}\int_0^{\pi} *$) e quindi

$$D(\theta,\phi)[mono] = 2\ D(\theta,\phi)[dipolo] = 1{,}64 \times 2 = 3{,}28$$

$$= \underbrace{2{,}15+3}_{dB} = \underline{\underline{5{,}15\ dB}}$$

Stesso discorso per l'impedenza che invece risulta ridotta a metà di quella del dipolo

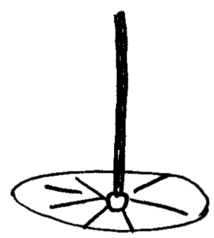
$$Z_{in}[mono] = \frac{2\,P_R[mono]}{|I_0|^2} = \frac{2\,(P_R[dipolo]/2)}{|I_0|^2} =$$

$$= \frac{1}{2} Z_{in}[dipolo]$$

Alla prima risonanza (lunghezza complessiva del monopolo pari a $L_m = \lambda/4$) la resistenza d'ingresso è quindi

$$R_{in}[mono] = 37\,\Omega$$

Una realizzazione approssimata di un monopolo è l'antenna marconiana nella quale il piano metallico infinito è sostituito da un disco metallico (o con conduttori filari a raggiera)



ANTENNA MARCONIANA