

# ARRAY

- Analisis
- Sintesis

# ARRAY

Allineamento di antenne, generalmente tutte uguali, che opportunamente distanziate ed alimentate hanno prestazioni complessivamente migliori delle singole antenne in termini di guadagno, BW e larghezza di fascio.

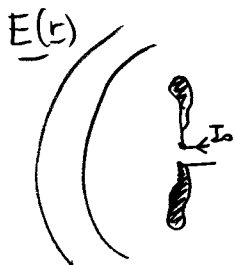
Controllando le alimentazioni, in ampiezza e fase, è possibile selezionare il diagramma di radiazione per ottenere una copertura selettiva dell'angolo solido.

Si ricorda che il campo lontano delle singole antenne si può scrivere nella forma generale

$$\underline{E}(\underline{r}) \sim j k_0 \eta_0 I_0 \frac{e^{-jk_0 r}}{4\pi r} \underline{h}(\hat{\underline{r}})$$

↑  
corrente  
nel punto  
di alimentazione  
(elettrica o  
magnetica)

↑  
lunghezza / altezza  
efficienza.



Si considerino ora  $N+1$  antenne tutte uguali disposte nello spazio (linea, piano, superficie curva...)

Per la trattazione che seguirà si suppone che tutte le antenne siano alimentate in coerenza di fase, cioè le correnti di alimentazione sono tutte riferite ad uno stesso orologio.  $\Rightarrow$  SISTEMA COERENTE

Le varie antenne trasmettono lo stesso segnale che potrà essere modificato in ampiezza ed in fase

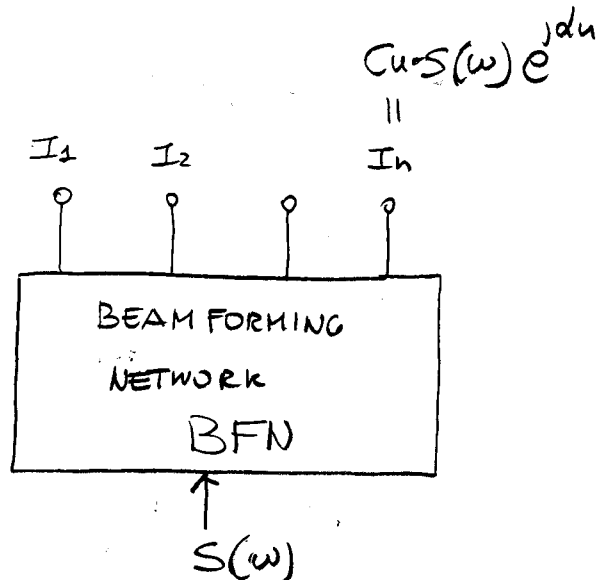
$$I_n = C_n e^{j\phi_n}$$

$$C_n = |I_n|$$

generico termine di alimentazione  
 $C_n, \phi_n \in \mathbb{R}$

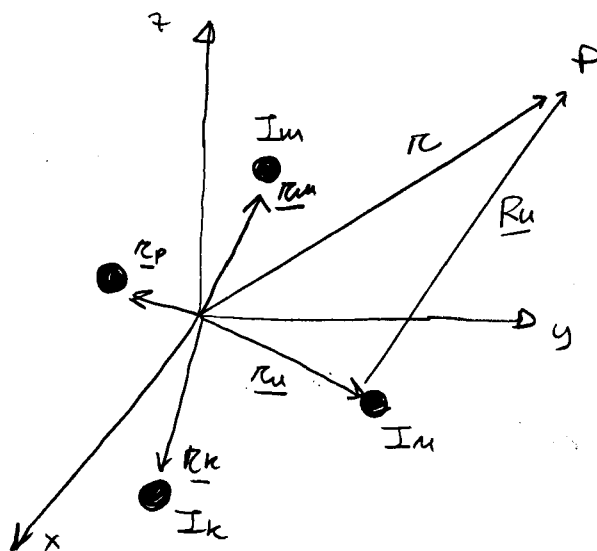
Si può pensare ad una sorgente fisica di segnale  $S(\omega)$  opportunamente modulato venga distribuito alle varie

antenne da una rete di distribuzione detto anche rete di Beamforming. (BFN)



Questo rete produce le correnti di alimentazione in ampiezza e fase per permettere l'insieme delle antenne, secondo requisiti prestabiliti.

Il campo indotto  
da ciascuna antenna,  
nel proprio sistema  
di riferimento  $\bar{e}$



$$\underline{E}_u(R_u) = j k_0 \eta_0 I_u \frac{e^{-j k_0 R_u}}{4 \pi R_u} \underline{h}_u(\hat{R}_u)$$

$$\underline{R}_u = \underline{r} - \underline{r}_u$$

$$R_u = |\underline{r} - \underline{r}_u|$$

Ammettendo che il punto di osservazione P sia posto  
a grande distanza dell'intero array,  $\bar{e}$   $\bar{e}$  lecito supporre  
che tutte le antenne siano viste lungo uno stesso angolo  
e cos $\bar{e}$  approssimando

$$\underline{h}_u(\hat{R}_u) \approx \underline{h}_u(\hat{r})$$

Se inoltre tutte le antenne sono orientate allo stesso modo  
e si suppone di trascurare le interazioni (accoppiamenti)  
mutue tra di esse allora si può porre

$$\underline{h}_u(\hat{r}) \approx \underline{h}(\hat{r})$$

Il campo risultante sarà quindi dato dalla sovrapposizione degli effetti dei campi delle singole antenne.

$$\underline{E}_T(\underline{r}) = \sum_{n=0}^N \underline{E}_n(\underline{r}_n) \approx j k_0 \eta_0 h(\underline{r}) \sum_{n=0}^N \frac{e^{-jk_0 R_n}}{4\pi R} I_n$$

Il termine dentro la sommatoria può essere approssimato nelle regioni di campo lontano nel modo usuale

$$R_n = \sqrt{r^2 + r_n^2 - 2 \underline{r}_n \cdot \underline{r}} = r \sqrt{1 + \left(\frac{r_n}{r}\right)^2 - 2 \frac{\underline{r}_n \cdot \underline{r}}{r^2}}$$

$$\approx r \sqrt{1 - 2 \frac{\underline{r}_n \cdot \underline{r}}{r^2}} \approx r - \underline{r}_n \cdot \hat{\underline{r}}$$

Al denominatore semplicemente  $\frac{1}{R} \rightarrow \frac{1}{r}$

$$\Rightarrow \underline{E}_T(\underline{r}) \approx j k_0 \eta_0 h(\underline{r}) \frac{e^{-jk_0 r}}{4\pi r} \sum_{n=0}^N I_n e^{jk_0 \underline{r}_n \cdot \hat{\underline{r}}}$$

Il termine  $F(\hat{\underline{r}}) = \sum_{n=0}^N I_n e^{jk_0 \underline{r}_n \cdot \hat{\underline{r}}}$

è chiamato

FATTORE D'ARRAY  
(ARRAY FACTOR)

Dipende dall'allineamento tramite  $\hat{\underline{r}}$   
del punto di osservazione  $\hat{\underline{r}}$   
e delle alineamenti

Il campo totale si risolve allora come

$$\underline{E}_T(\underline{r}) \approx j k_0 \eta_0 \frac{e^{-j k_0 r}}{4\pi r} F(\hat{r}) \underline{h}(\hat{r})$$

↑ ↓  
 Sostituisce  $\underline{E}_0$   
 corrente di alimentazione  
 delle singole antenne

Ricordando l'espressione generale delle Ampliche effecce per una qualunque antenna

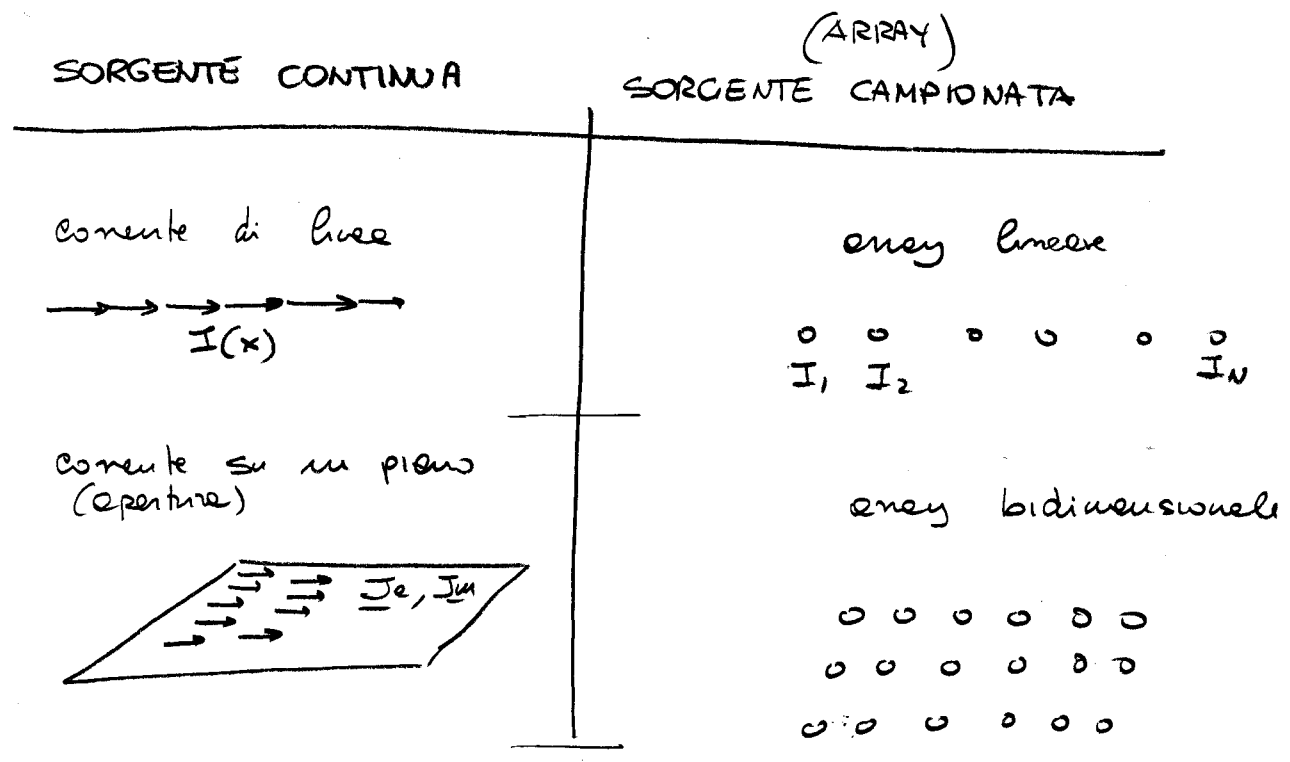
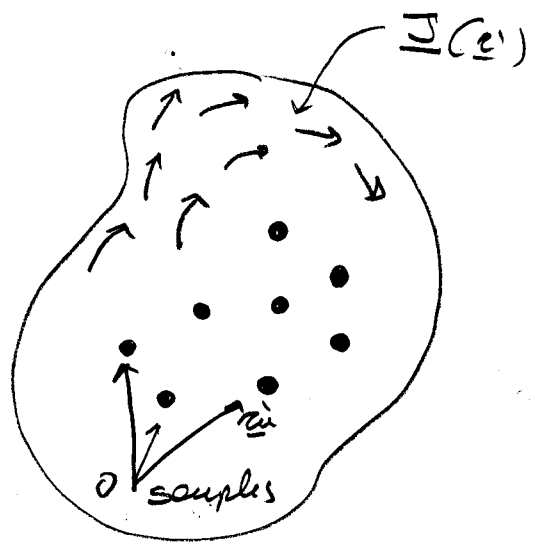
$$\underline{h}(\hat{r}) = -\frac{1}{\underline{I}_0} \int_V \underline{J}_{||}(\underline{r}') e^{j k_0 \underline{r}' \cdot \hat{r}} d\underline{r}'$$

$$\underline{J}_{||}(\underline{r}') \triangleq \underline{J}(\underline{r}') - (\underline{J}(\underline{r}') \cdot \hat{r}) \hat{r}$$

$$F(\hat{r}) = \sum_{n=0}^N I_n e^{j k_0 \underline{r}_n \cdot \hat{r}} \quad \text{Fattore d'Array}$$

Il fattore d'array può quindi essere interpretato come il campionamento di una densità di corrente su un griglia individuata dai vettori  $\{\underline{r}_n\}$ . Si tratta quindi di una rappresentazione discreta di una densità di corrente distribuita, e come tale è espressa sotto forma di serie di Fourier.  
 Ciascun campione è pesato dall'altrezza effecce dell'antenna di base.

Nel caso in cui l'elemento dell'energia sia un radiatore isotropo,  $h = 1$  allora  $F(E)$  rappresenta proprio il campo irradiato da un insieme di punti disposti nello spazio.



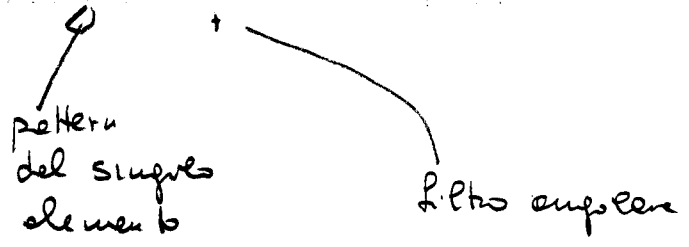
Lo schermo video può essere pensato come un'energia bidimensionale che campiona una immagine e il radiatore di base è il singolo pixel.

**NB** // L'energia può quindi essere vista come un'entità distribuita che permette di controllare la distribuzione spaziale della corrente.

# Teorema di Moltiplicazione del pattern

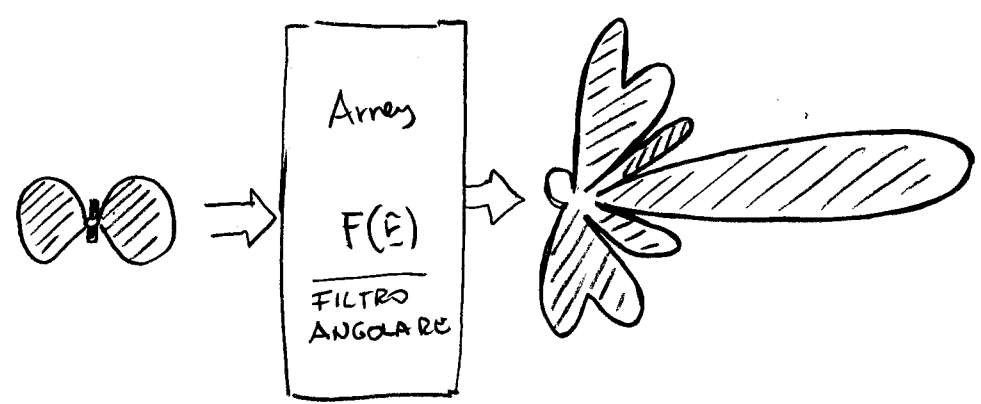
Qualunque sia il tipo di array le caratteristiche di radiazione risultanti sono riconducibili a

$$r^2 |E|^2 \propto |h(\theta, \phi)|^2 \cdot |F(\theta, \phi)|^2$$



Il fattore d'Array ha quindi la funzione di filtro angolare che deforma il pattern del singolo elemento modificando la distribuzione di potenza in direzione.

Sintetizzando in maniera opportuna  $F$  è possibile trasformare un diagramma uniforme in direttivo o multi-fascio.



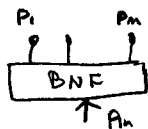


# GUADAGNO TOTALE DI ARRAY

Si vuole esprimere il guadagno totale di un array di elementi, virtualmente coassiali ed una rete formata di fessure che distribuisce la potenza totale  $P_{in}$  ai vari radiatori nel modo seguente

$$P_{in} = \sum_{m=0}^N P_m$$

$P_m$ : potenza assorbita dalle antenne  $m$ -me



$$\underline{E}_m = j k_0 \eta_0 I_m \frac{e^{j k_0 r}}{4\pi r} \underline{h}_m(\underline{E})$$

$I_u = |I_u| e^{j \omega t}$  alimentazioni

$\underline{h}_u$ : tutti uguali  
 $\equiv h(E)$

Il guadagno del singolo elemento è

[regionevolmente accettabile nel caso di grandi Array]

$$G_m = \frac{\frac{1}{2} \eta_0^{-2} |E_m|^2}{P_m} 4\pi = \frac{k_0^2 \eta_0^2 |I_u|^2 |h_u|^2}{2 \eta_0 P_m (4\pi)^2} 4\pi$$

$$= \frac{k_0^2 \eta_0 |I_u|^2 |h_u|^2}{2 P_m (4\pi)}$$

$$G_m = \frac{k_0^2 \eta_0 |I_u|^2 |h_u|^2}{R_{in} |I_u|^2 4\pi}$$

La potenza in ingresso a ciascuna antenna è

$$P_m = \frac{1}{2} R_{in}^m |I_u|^2 \equiv \frac{1}{2} R_{in} |I_u|^2$$

emmettendo trascurabili per accoppiamenti

$R_{in}^m$ : resistenza d'ingresso dell'antenna  $m$ -me.

$$G_m = \frac{k_0^2 \eta_0 |h_u|^2}{4\pi R_{in}} \equiv G_0$$

Guadagno del singolo elemento dell'array in funzione della resistenza d'ingresso e dell'altrezza efficace.

Il guadagno totale è

$$G_T = \frac{\frac{1}{2} \eta_0^{-2} |E_T|^2}{P_T} 4\pi = \frac{k_0^2 \eta_0^2 |h_u|^2 |F|^2}{2 \eta_0 \sum_m P_m (4\pi)^2} 4\pi$$

$$= \frac{k_0^2 |h_u|^2 \eta_0 |F|^2}{2 \eta_0 4\pi \sum_m \frac{1}{2} R_{in} |I_u|^2} =$$



costruttive te tutti gli elementi dell'array, si ha la massima semplificazione del pattern del singolo elemento.

Al varice di tutte le possibili tipologie di alimentazione dell'array, l'espressione precedente assume il massimo valore quando i moduli delle correnti sono tutti uguali.

$|I_u| \equiv |I_0| \forall u$   
 ILLUMINAZIONE UNIFORME  $\Rightarrow$   $G_{F,max}(\hat{r}_0) = N+1$

Di conseguenza il guadagno totale dell'array viene

$$G_{TOT,max} = (N+1)G_0(\hat{r}_0)$$

Per tutti gli altri tipi di alimentazione si avrà un guadagno minore di N e si può pertanto introdurre una specie di efficiente di alimentazione, envelope all'efficiente di apertura che dice quanto bene sono usate tutte le antenne nel loro complesso.

$$\eta_F \triangleq \frac{G_F(\hat{r}_0)}{N} \equiv \frac{1}{N} \frac{|\sum_u |I_u||^2}{\sum_n |I_u|^2} \leq 1$$

TAPER (Rastremazione) EFFICIENCY

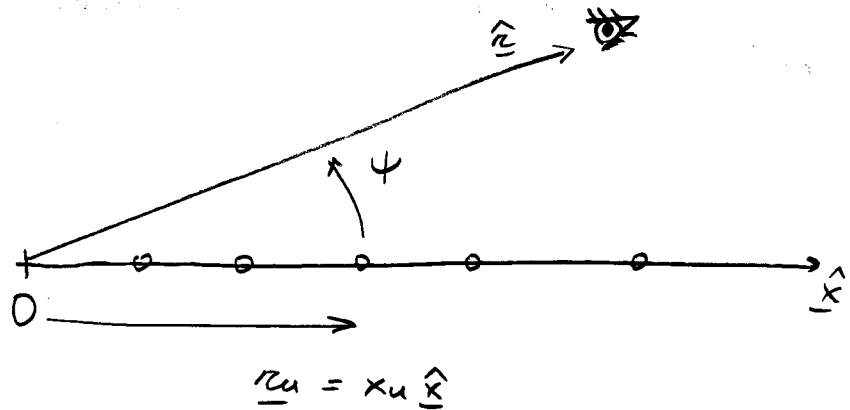
$$G_F(\hat{r}_0) = \eta_F(N+1)$$

$\eta_F = 1$  alimentazione tutte uguali

# ARRAY LINEARI

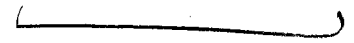
È la configurazione più semplice.

Gli elementi sono disposti lungo una linea, per esempio l'asse  $\hat{x}$



$$\underline{r}_u \cdot \underline{\hat{z}} = x_u \cos\phi \sin\theta = x_u \cos\psi$$

$$F(\theta, \phi) = \sum_{n=0}^N I_n e^{jk_0 x_n \cos\phi \sin\theta} = \sum_{n=0}^N I_n e^{jk_0 x_n \cos\psi}$$



forma più compatta

# Alimentazione di Array Lineari

## 1) caso piú generale (alimentazione non uniforme)

Tutti gli elementi sono alimentati con fasi e ampiezze diverse. Possano essere scelti in modo da regolare il diagramma di radiazione.

## 2) alimentazione uniforme

GRADI DI LIBERTÀ

$$\begin{array}{ccc} N+1 & & \\ C_n & N & \\ d_n & N & \Rightarrow 3N \\ X_n & N & \end{array}$$

$$x_n = n d \quad - \text{equispaziati}$$

$$C_n = I_0 \quad - \text{equi ampiezze}$$

$d_n = d x_n = n d$  - la fase è funzione lineare della distanza da un punto di riferimento dell'array.

$$I_m = I_0 e^{j m d}$$

$$\Rightarrow F(\theta, \phi) = I_0 \sum_{m=0}^N e^{j m d} e^{j k_0 m d \cos \psi} =$$

$$= I_0 \sum_{m=0}^N e^{j (u + u_0) m} = F(u)$$

GRADI DI LIBERTÀ

$$\begin{array}{c} N+1 \\ I_0 \\ d \end{array} \left. \vphantom{\begin{array}{c} N+1 \\ I_0 \\ d \end{array}} \right\} 3$$

$$u = k_0 d \cos \psi$$

$$u_0 = d d$$

variabili di  
posizione

Come trovato precedentemente, il guadagno del settore d'array nelle direzioni di puntamento (interferenze costruttive) è

$$G_F(\hat{r}_0) = N$$

$$F(u) = I_0 \sum_{m=0}^{N+1} e^{j(u+\omega)m}$$

Nel caso di illuminazione uniforme la precedente serie è sommabile. Vali infatti la relazione

$$\sum_{m=0}^N q^m = \frac{1 - q^{N+1}}{1 - q}$$

se  $q = e^{j(u+\omega)}$   $\Rightarrow F = I_0 \frac{1 - e^{j(u+\omega)(N+1)}}{1 - e^{j(u+\omega)}}$

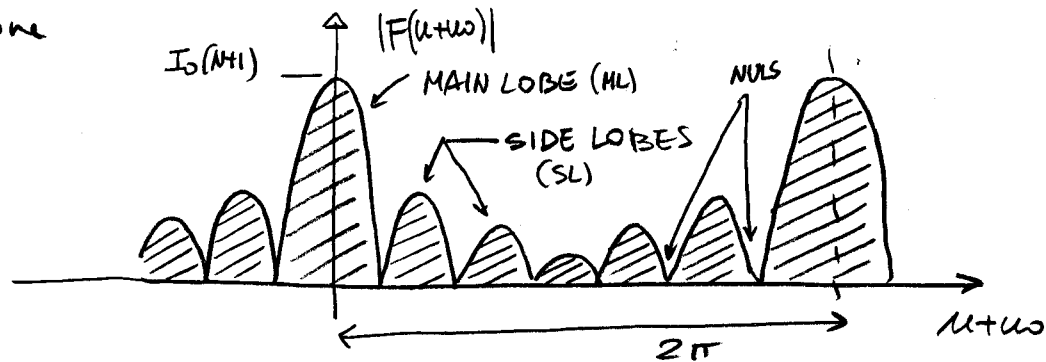
$$= I_0 \frac{e^{j(u+\omega)(N+1)/2}}{e^{j(u+\omega)/2}} \frac{e^{-j(u+\omega)(N+1)/2} - e^{j(u+\omega)(N+1)/2}}{e^{-j(u+\omega)/2} - e^{j(u+\omega)/2}}$$

$$\Rightarrow |F(u)| = |I_0| \left| \frac{\sin[(u+\omega)(N+1)/2]}{\sin[(u+\omega)/2]} \right|$$

Fattore d'Amey  
per illuminet.  
uniforme

Si tratta di una funzione oscillante di periodo  $2\pi$ , rispetto ad  $(u+\omega)$

A ciascuna oscillazione corrisponde un lobo di radiazione



Il diagramma di  $|F|$  è molto simile ad una sinc (antenne ed aperture, illuminazione uniforme) ma in questo secondo caso l'andamento non è periodico ed appare in solo massimo centrale (Main Lobe)

Il ML (massimo centrale di  $F$ ) si ha per

$$u + u_0 = 0 \qquad F(-u_0) \approx \frac{0}{0}$$

$$u = -u_0$$

applicando le regole del L'Hôpital si trova che il valore massimo corrisponde a

$$u = -u_0 \Rightarrow F = (N+1) I_0$$

quindi anche il campo totale è amplificato  $N+1$  volte lungo la direzione di massimo puntamento.

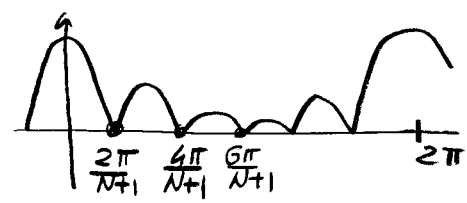
Ulteriori massimi centrali si hanno per  $u + u_0 = 2n\pi$

I nulli sono dati dagli zeri del numeratore  $|\sin \frac{u+u_0}{2} (N+1)| = 0$

$$\frac{N+1}{2} (u+u_0) = l\pi \quad l \neq 0 \quad 1, 2, \dots, N$$

$$u+u_0 = l \frac{2\pi}{N+1} = \left\{ \frac{2\pi}{N+1}, \frac{4\pi}{N+1}, \dots \right\}$$

Tre due MAIN LOBES (e quindi in un periodo) ci sono  $N$  nulli



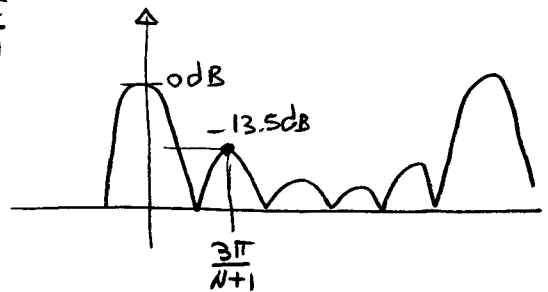
Tra due nulli c'è un massimo relativo (Lobo secondario, Side Lobe -SL). Ci saranno quindi  $N-1$  Lobi secondari in un periodo.

$$\begin{aligned} u+u_0 &= \frac{1}{2} \left[ (l+l+1) \frac{2\pi}{N+1} \right] \\ &= \frac{2l+1}{N+1} \pi \end{aligned}$$

Il primo Lobo secondario, che quindi avrà ampiezza maggiore, si troverà in

$$u+u_0 = \frac{3\pi}{N+1}$$

Si può determinare l'ampiezza di tale SL



$$\begin{aligned} |F(SL_{max})| &= I_0 \frac{\left| \sin \frac{N+1}{2} \frac{3\pi}{N+1} \right|}{\left| \sin \frac{3\pi}{2N+1} \right|} = I_0 \frac{1}{\frac{3\pi}{2(N+1)}} \approx I_0 \frac{2}{3\pi} \end{aligned}$$

per  $N$  sufficientemente grande

NB | Il rapporto tra l'ampiezza del primo Lobo secondario e quella del Lobo principale vale

$$\frac{|F(SL_{max})|}{|F(ML)|} = \frac{I_0 2}{3\pi I_0} = 0,21$$

in decibel

$$20 \log_{10} 0,21 = -13,5 \text{ dB}$$

simile a quello trovato per l'apertura uniforme



# FINESTRA DI VISIBILITA'

Come nel caso di antenne ed aperture, non tutto il diagramma cartesiano  $|F(u)|$  corrisponde ad un pattern di radiazione, in quanto  $u$  è soggetto al seguente vincolo

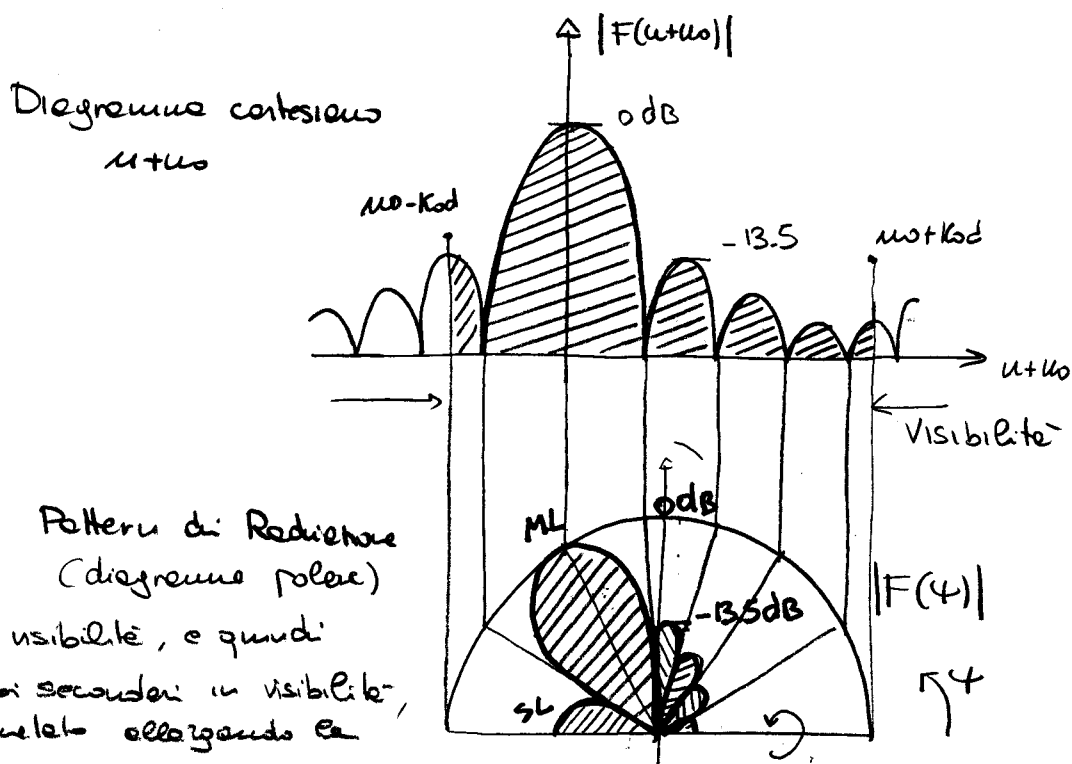
$$u = k_0 d \cos \psi$$

$$\Rightarrow |u| \leq k_0 d$$

$$|\cos \psi| \leq 1$$

Finestre di visibilità

$$u_0 - k_0 d \leq u + u_0 \leq u_0 + k_0 d$$



La relazione  $u + u_0 = k_0 d \cos \psi + d$  è qualche cosa permette di determinare gli angoli  $\psi$  corrispondenti ad i vari zeri o del ML e SLs

**PUNTAMENTO DEL FASCIO**  
 Array Faseti'

L'orientazione del lobo principale è definita dalle scelte dell'incremento di fase  $\alpha$ .

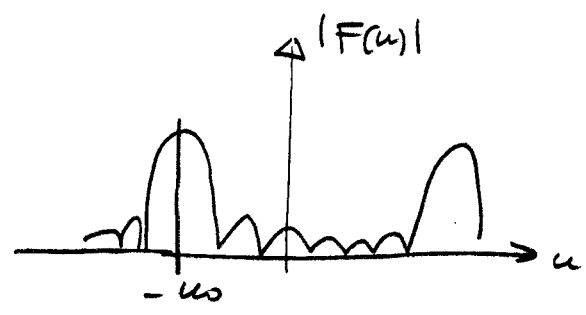
Il lobo principale è infatti posto in

$$u + u_0 = 0 \Rightarrow u = -u_0$$

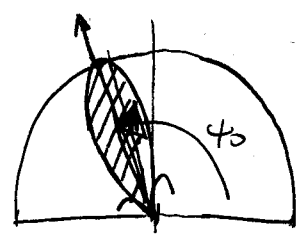
$$k_0 d \cos \psi_0 = -\alpha d \Rightarrow \cos \psi_0 = -\frac{\alpha}{k_0}$$

$\psi_0$  = angolo di puntamento

$\alpha$  = incremento di fase

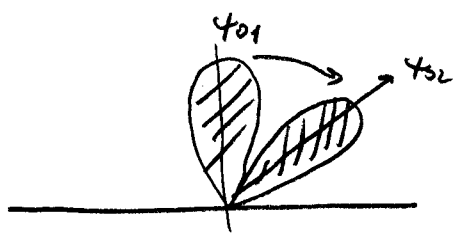


Nei sistemi di puntamento e scansione elettronica, il lobo principale viene spostato nello spazio eutendo



e modificare con dei phase shifter le fasature dell'array in maniera dinamica

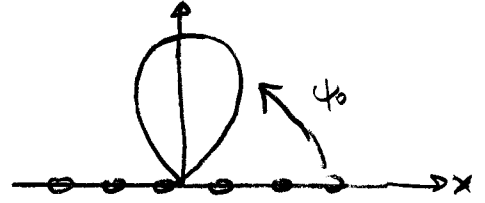
$$\Rightarrow \alpha(t) \Rightarrow \psi_0(t)$$



← Array faseti'

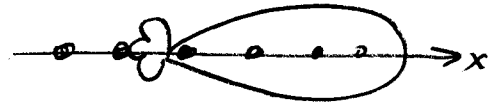
Tra le varie orientazioni possibili del lobo principale, ce ne sono due che hanno un nome specifico

$$1) \alpha = 0 \Rightarrow \psi_0 = 90^\circ$$



Puntamento BROADSIDE  
(Illuminazione)

$$2) \alpha = \pm k_0 \quad \psi_0 = \{0^\circ, 180^\circ\}$$



Puntamento ENDFIRE

### PUNTAMENTO BROADSIDE

$$\alpha = 0 \Rightarrow I_u = I_0 \quad \forall u$$

$$M_0 = 0$$

tutte le antenne hanno lo stesso fase

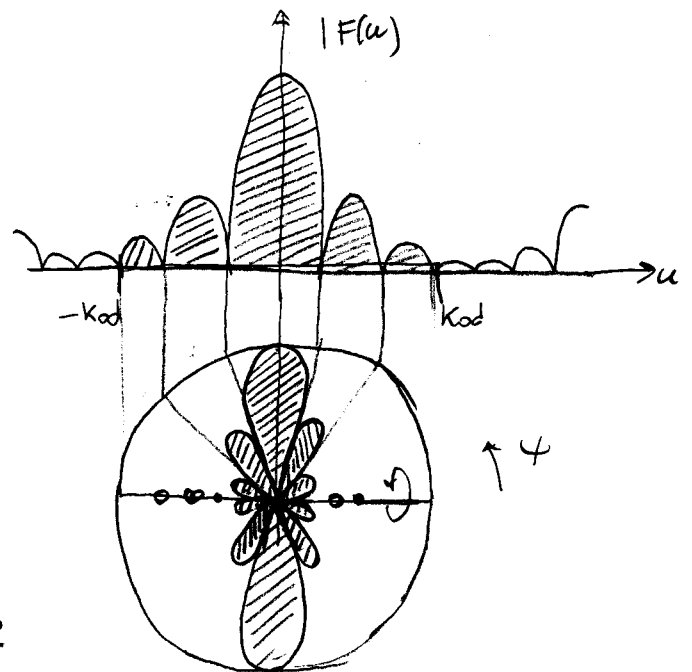
Le finestre di visibilità è centrata sul ML

Il diagramma del fattore di array ha simmetria di rotazione attorno all'allineamento

Lo si può pensare ad un specie di disco o vese conico e meno da un veseio.

Di conseguenza il lobo principale è in realtà un disco

con massimi in  $\psi = 90^\circ$  e  $\psi = 270^\circ$

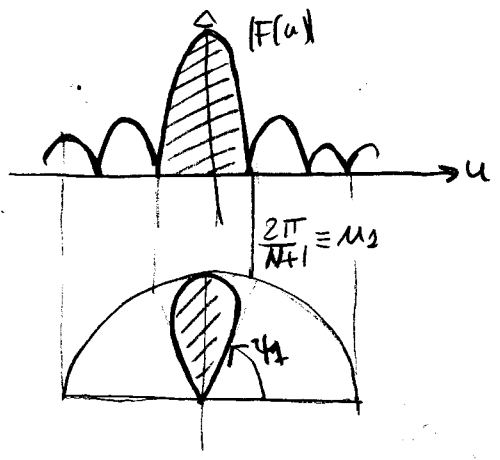


Il pattern è simmetrico rispetto alla direzione di puntam.

# First-null Beamwidth

$$BW = \pi - 2\psi_1$$

$$\psi_1 \rightarrow u_1 = \frac{2\pi}{N+1} \quad \text{primo zero in } u$$



$$\text{Kod } \cos \psi_1 = \frac{2\pi}{N+1} \quad \cos \psi_1 = \frac{2\pi \lambda}{2\pi (N+1)d} = \frac{\lambda}{(N+1)d}$$

$$\cos \psi_1 = \cos \left( \frac{\pi}{2} - \frac{BW}{2} \right) = \sin \frac{BW}{2} \approx \frac{BW}{2} \quad \text{se il beam è diretto}$$

quindi

$$BW = \frac{2\lambda}{(N+1)d}$$

Il lobo principale si può stringere e precisamente (commentandone quindi il guadagno massimo) aumentando ed aumentando il numero di radiatori oppure la distanza tra essi, e quindi in definitiva la sua lunghezza

$$L \approx (N+1)d$$

$$BW = \frac{2\lambda}{L} \approx \frac{1}{L}$$

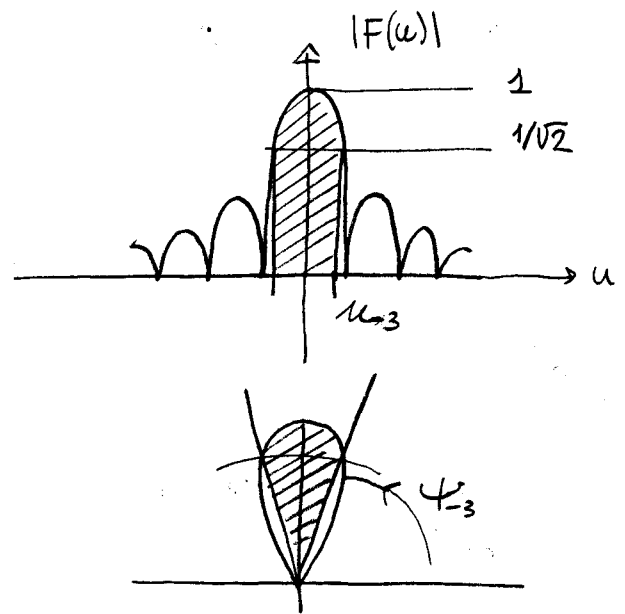
È un risultato simile a quello trovato per un'apertura uniforme

## Half-power Beam Width (-3dB)

$$BW_{-3} = \pi - 2\psi_{-3}$$

$$\cos \psi_{-3} = \frac{u_{-3}}{k_0 d}$$

$$u_{-3} = \left| \frac{\sin(N+1) \frac{u_{-3}}{2}}{\sin \frac{u_{-3}}{2}} \right| = \frac{N+1}{\sqrt{2}}$$



Il denominatore varia molto più lentamente del numeratore, quindi si può approssimare

$$\sin \frac{u_{-3}}{2} \approx \frac{u_{-3}}{2}$$

$$\sin \frac{N+1}{2} u_{-3} \approx u_{-3} \frac{N+1}{2\sqrt{2}}$$

→ sviluppo al II ordine il seno

$$\sin \left( \frac{N+1}{2} u_{-3} \right) \approx (N+1) \frac{u_{-3}}{2} - \frac{1}{6} (N+1)^3 \left( \frac{u_{-3}}{2} \right)^3$$

$$\Rightarrow (N+1) \frac{u_{-3}}{2} - \frac{1}{6} (N+1)^3 \left( \frac{u_{-3}}{2} \right)^3 = u_{-3} \frac{N+1}{2\sqrt{2}}$$

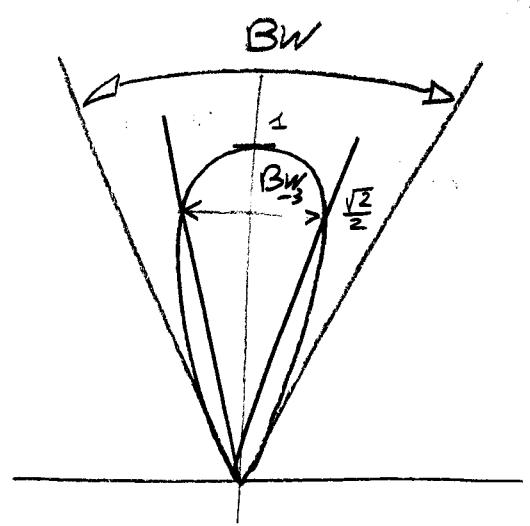
$$1 - \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1}{6} (N+1)^2 \left( \frac{u_{-3}}{2} \right)^2 \Rightarrow u_{-3} = \frac{2,65}{N+1}$$

Seguendo lo stesso procedimento di prima si trova

si trova

$$BW_{-3} = \frac{5,30}{(N+1)k_{od}} = \frac{2,65\lambda}{\pi L} \propto \frac{1}{L}$$

chiaramente risulta  $BW_{-3} < BW$



# PUNTAMENTO (ILLUMINAZIONE) ENDFIRE

$$\alpha = \pm k_0 \quad \Rightarrow \quad \mu_0 = \pm k_0 d$$

$$\alpha = -k_0$$

$$\varphi_0 = 0^\circ$$



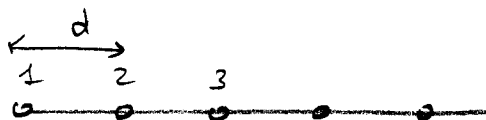
$$\alpha = +k_0$$

$$\varphi_0 = 180^\circ$$



Le fasetture compensano il ritardo  $\mu_0$  accumulato durante la propagazione tramite il termine  $e^{-jk_0 x}$

ex



• P osservazione

$$\text{---} \rightarrow I_1 e^{-jk_0(x-d)}$$

$$\text{---} \rightarrow I_2 e^{-jk_0 x}$$

Affinché i contributi di campo provenienti da (1) e (2) si sommino in fase campo  $x^+$  deve essere

$$I_1 e^{jk_0 d} = I_2 \Rightarrow$$

$$\uparrow e^{jkd}$$

fasetture richieste

$$I_1 = I_0$$

$$I_2 = I_0 e^{-jk_0 d} \quad \alpha = -k_0$$

## Diagramme di Radiazione

Queste volte il ML cade sul confine delle finestre di visibilità

esempio

$$u_0 = -k_0 d$$

F.V.

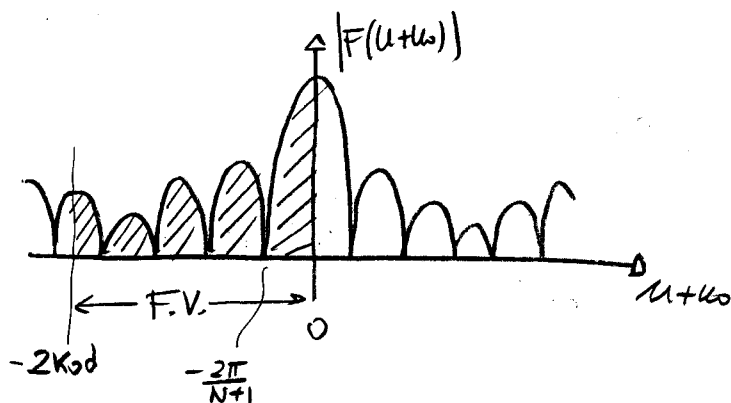
$$-k_0 d \leq u + u_0 \leq k_0 d$$



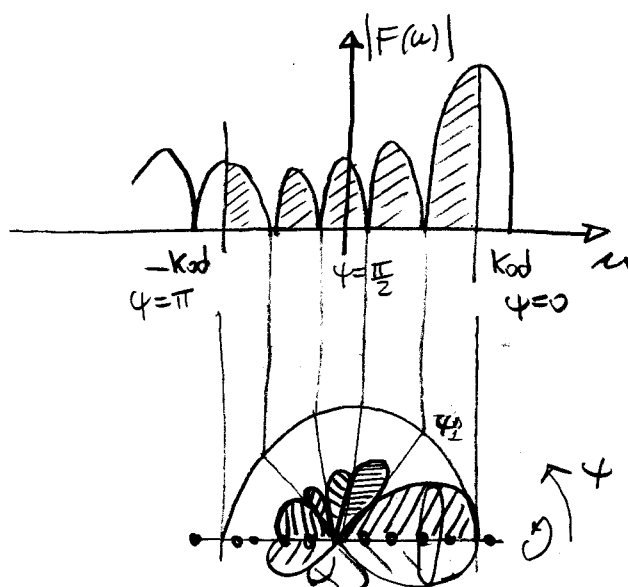
$$-2k_0 d \leq u + u_0 \leq 0$$

In questo caso il ML  
 ha forma ovale (è un  
 quindi è disco esso nel  
 broadside)

La radiazione posteriore è in  
 genere molto contenuta



oppure anche



## First-null Beam Width

Queste volte è  $BW = 2\psi_1$

$$k_0 d \cos \psi_1 - k_0 d = -\frac{2\pi}{N+1}$$

$$\underbrace{\quad}_{u + u_0}$$

$$\Rightarrow (\cos \psi_1 - 1) = -\frac{2\pi}{k_0 d (N+1)}$$



$$\text{ma } \cos \psi_1 = \sqrt{1 - \sin^2 \psi_1} \approx \sqrt{1 - \psi_1^2} \approx 1 - \frac{1}{2} \psi_1^2$$

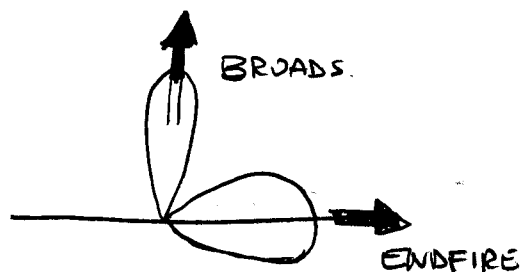
↑  
Lobo stretto

$$\Rightarrow \frac{1}{2} \psi_1^2 \approx \frac{2\pi}{k_0 d (N+1)} = \frac{\lambda}{d(N+1)}$$

$$\psi_1 \approx \sqrt{\frac{2\lambda}{(N+1)d}} \quad \text{ed infine}$$

$$\boxed{BW = 2 \frac{\sqrt{2\lambda}}{\sqrt{(N+1)d}} = 2 \sqrt{\frac{2\lambda}{L}} > \frac{2\lambda}{L} \text{ (broadside)}}$$

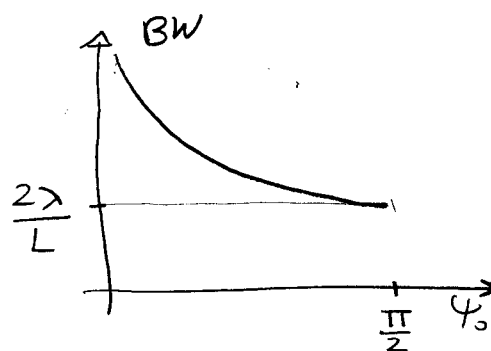
Risultato più grande che nel caso del Broadside, il che significa che nella scansione tra Broadside e Endfire il lobo principale si allarga



NB

Si dimostra che nel caso di puntamento lungo una qualunque direzione  $\psi_0 \neq 0$  il BW vale

$$\boxed{BW(\psi_0) = \frac{2\lambda}{L \sin \psi_0}}$$



## Half Power Beam Width

Seguendo gli stessi passaggi del caso broadside si ottiene

$$BW_{-3} = 4,73 \frac{\lambda}{L}$$

In definitiva, in un'array uniforme

$d \approx BW$ ; numero di lobi secondari

$d \approx$  puntamento del fascio

# GRATING LOBES

Lobi di Diffrazione

Il fattore d'ordine è una funzione periodica rispetto alla variabile  $u$ .

Dipendentemente dalla spaziatura  $d$ , la finestra di visibilità potrebbe essere sufficientemente larga da far cadere più di un massimo assoluto nel diagramma di radiazione. Il secondo massimo assoluto si chiama GRATING LOBE (simile ai fenomeni di aliasing nei problemi di campionamento numerico dei segnali).

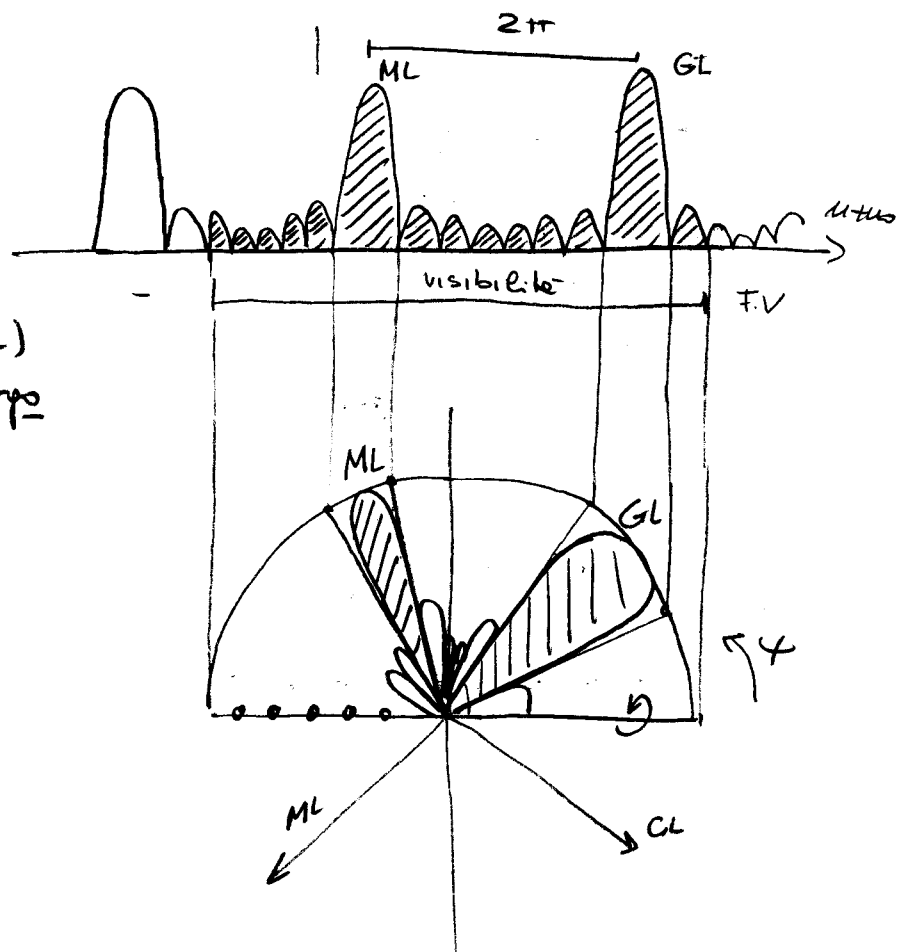
La presenza dei lobi di grating è in genere nociva perché ad essi si accompagna irradiazione (o ricezione) lungo direzioni non volute.

esempio

Il grating lobe (GL) è in genere più  largo del ML per effetto delle non linearità della trasformazione di coordinate

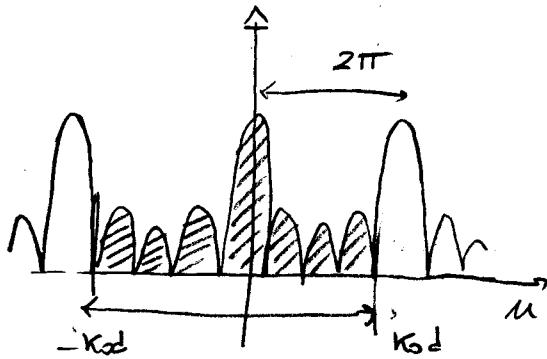
$$u \Rightarrow \varphi$$

$$u = kd \cos \varphi$$

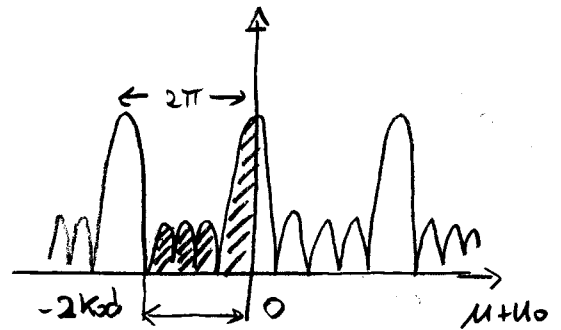


Si può evitare l'insorgere di lobi di grating a patto di introdurre dei vuoti sulle spazietine d:

Broadside



Endfire



$$kd < 2\pi$$

$$2\pi \frac{d}{\lambda} < 2\pi$$

$$2kd \leq 2\pi$$

$$d \leq \lambda$$

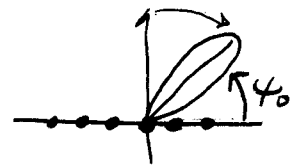
Assente di GL  $\Rightarrow$

$$d < \frac{\lambda}{2}$$

La condizione sull'endfire è quindi più stringente

Nel caso di puntamento  $\varphi_0$  in qualunque angolo  $\varphi_0$  la condizione di assenza di GL diventa

$$d < \frac{\lambda}{1 + \cos \varphi_0}$$



Se quindi l'angolo è in scansioni, allora la spazietina sarà vuotabile al più piccolo angolo di puntamento

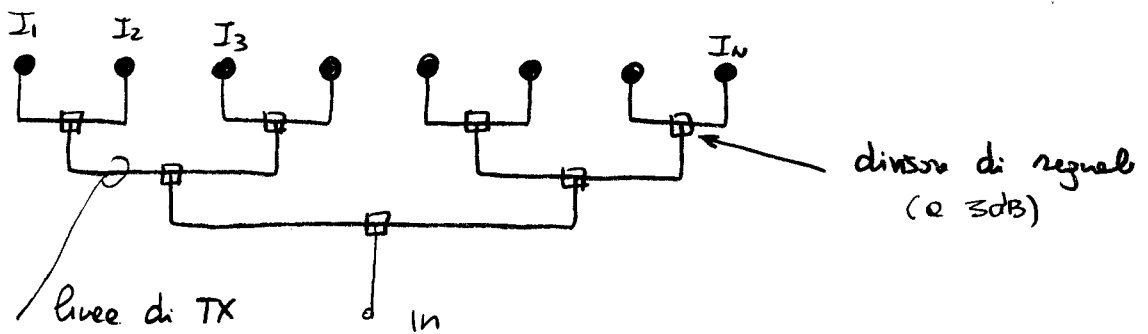
Tipicamente si sceglie  $\frac{\lambda}{4} < d < \frac{\lambda}{2}$  (scansioni)

# RETE DI BEAMFORMING

## 1. Illuminazione Broadside

$$\alpha = 0$$

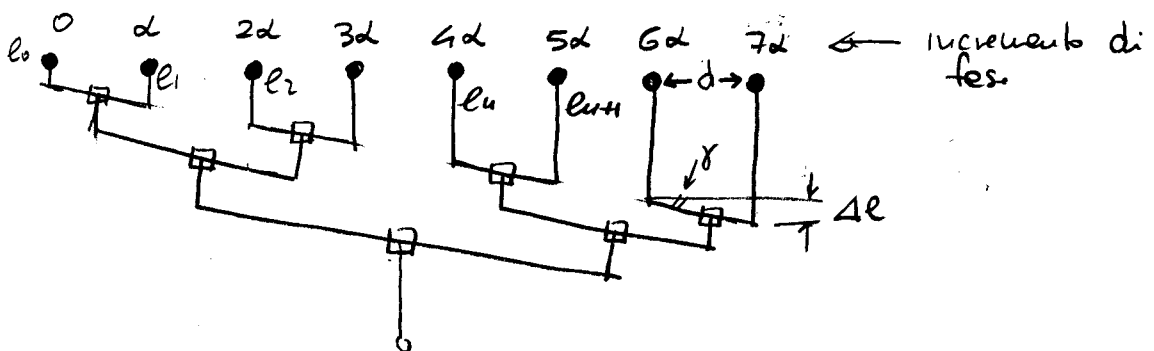
$$I_u = C_0 \delta_u$$



## 2. Array fasedo

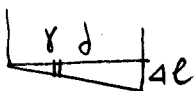
$$\alpha \neq 0$$

$$I_u = C_0 \delta_u$$



L'incremento di fase è dato dalla differenza tra i cammini delle linee terminali:

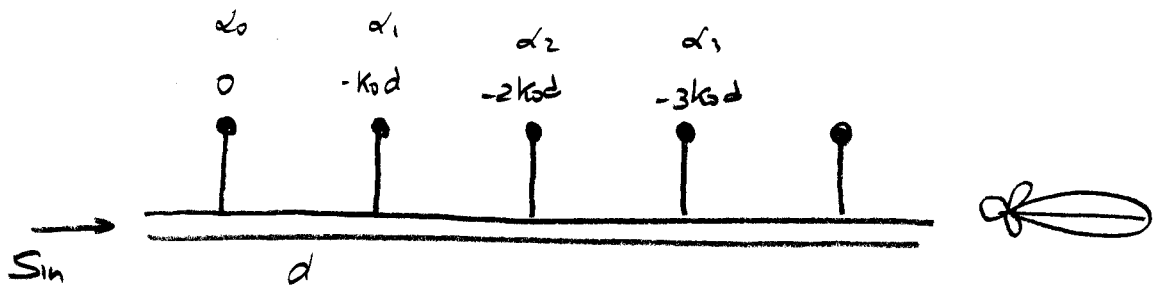
$$\alpha = (l_u - l_{u-1}) k_0 \equiv \Delta l k_0$$



$$\Delta l = d \cdot \tan \gamma \quad \text{parametro della rete}$$

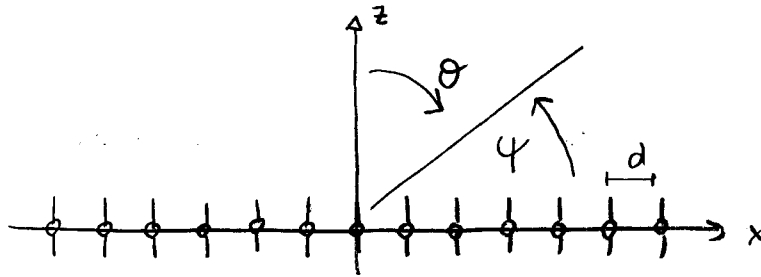
### 3 Array Endfire

Le varie antenne sono connesse ad un unico bus  
 in modo che l'incremento di fase sia prodotto da  
 un incremento di cammino della corrente lungo  
 la linea



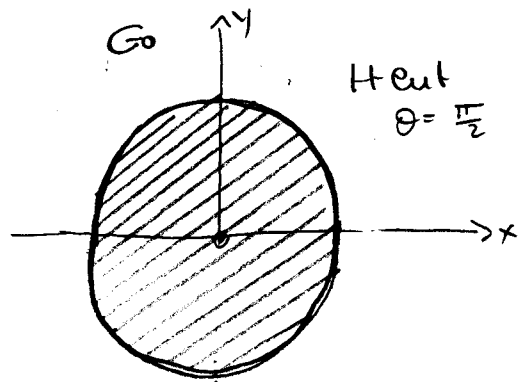
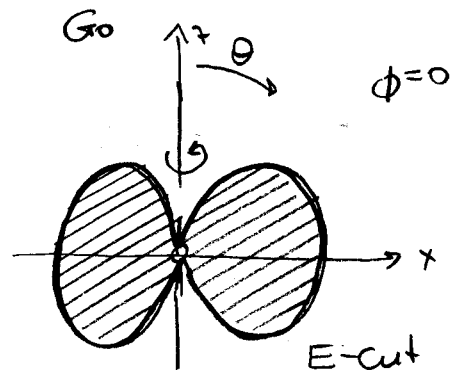
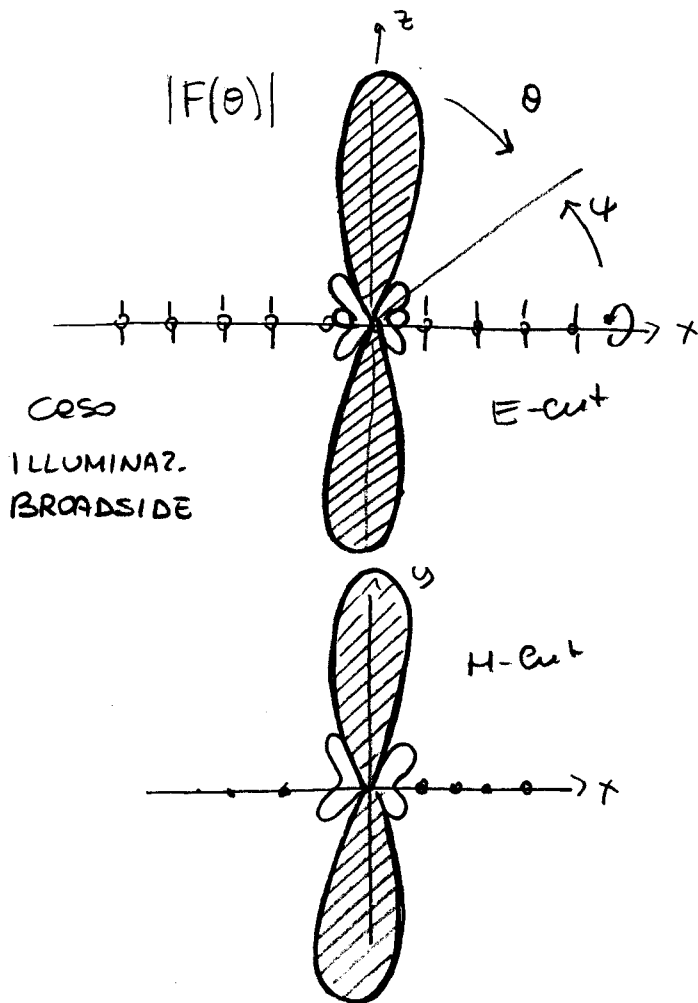
# ARRAY DI DIPOLI

Si consideri il seguente allineamento di dipoli e met'onde lungo l'asse  $\hat{x}$



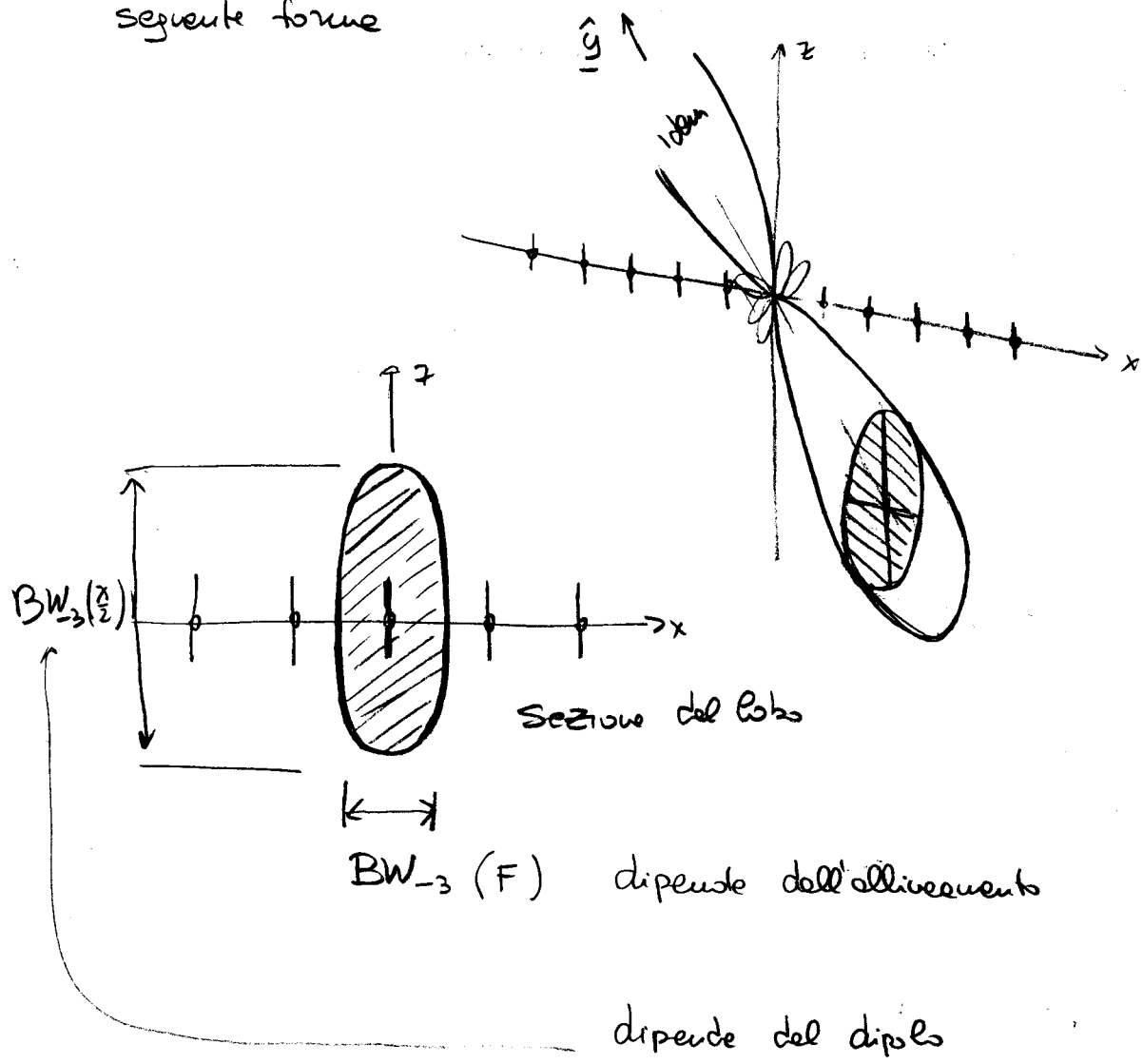
$$G_T \propto G_0(\lambda/2) \cdot |F|^2$$

guadagno totale



- Si nota che il diagramma risultante sul piano  $H$   $(x, y)$  è completamente dominato dal fattore d'ordine  $n$  quando il fattore di elemento  $(G_0)$  è omnidirezionale.
- Sull'asse  $\hat{z}$  ci sarà un nullo, come viene imposto dal dipolo.

Faccendo la moltiplicazione dei poteri si ottiene la seguente forma



Si era visto che per un'antenna direttiva  $D_{max} \approx \frac{4\pi}{BW_1 \cdot BW_2}$

$BW_1, BW_2$  larghezze angolari del ML su due piani ortogonali



Nel caso specifico e'

$$BW_1 \equiv BW_3(f) = \frac{2,65 \lambda}{\pi L}$$

$$BW_2 \equiv BW_3(\lambda/2) = 78^\circ = 1,36 \text{ rad}$$

$$\Rightarrow D_{\max_T} = \frac{4\pi \pi L}{1,36 \cdot 2,65 \lambda \times 2} = 5,48 \frac{L}{\lambda}$$

↑  
ci sono  
due ML:  
davanti e  
dietro e' onery

$$D_{\max_T} \approx G_{\max_T} \approx 5,48 \frac{L}{\lambda}$$

Si ricorda che e' una formula  
approssimata.

Note: || questo esprime vali solo in onente di grating e solo  
quindi per  $d < \lambda$ .

Corrisponde alle espressioni generale del grating

$$G_T = G_0(N+1)$$

nel caso in cui  $d = \frac{\lambda}{4}$

inoltre:

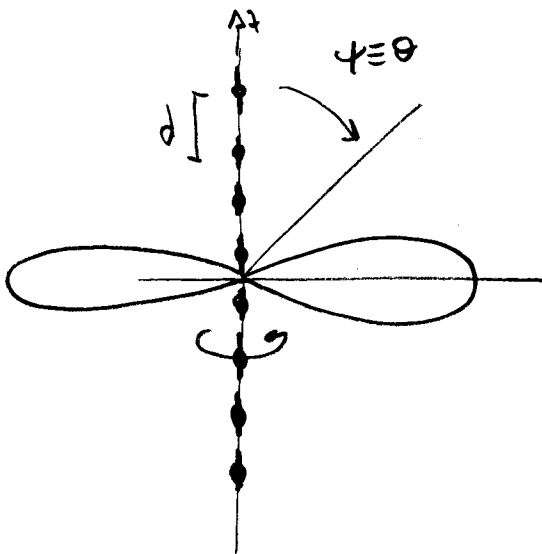
$$D_{\max_T}(\lambda/4) \approx 5,48 \frac{(N+1)}{\lambda} \frac{\lambda}{4} = (N+1) 1,36$$

↑  
simile e  
quella del  
dipolo

Studiare le altre seguenti configurazioni

End fire

Alto possibile elliveness



E' facile vedere in questo caso che

$$\begin{aligned} r |E_T(\theta, \phi)|^2 &\propto \underline{h_0}(\theta) |F(\theta)|^2 \\ &\approx |F(\theta)|^2 \end{aligned}$$

il pattern continua ad essere omnidirezionale rispetto a  $\phi$

(e in disco)

In questa configurazione il fattore di elemento conta molto poco in quanto è lentamente variabile rispetto al fattore di Array.

Progettare un array di dipoli con illuminazione non uniforme,

$$\left\{ \begin{array}{l} BW = 30^\circ \\ G_{max} = 15 \text{ dB} \\ \text{puntamento } \psi_0 = 10^\circ \end{array} \right.$$

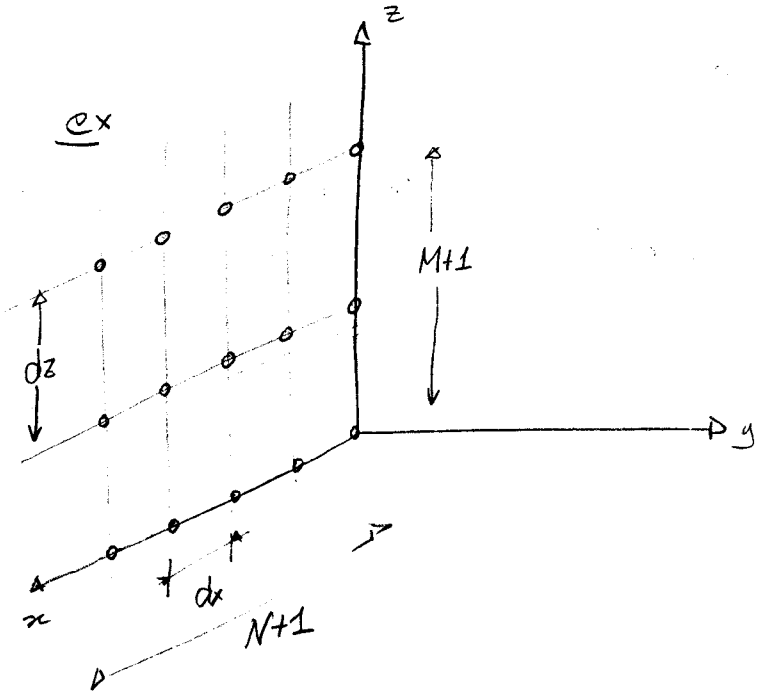
- ⇒
- trovare la fase  $\alpha$
  - disegnare il diagramma
  - progettare la rete di alimentazione

# ARRAY PLANARE - cortina

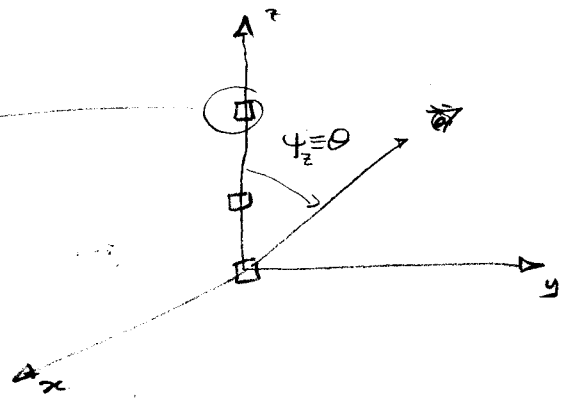
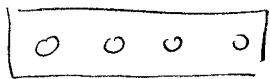
Parliamo sempre di Array uniformi

"Ripetizione di radiatori elementari lungo due direzioni (non necessariamente ortogonali)."

Consideriamo degli elementi radianti che giacciono sul piano  $(x, z)$  con spaziatura  $dx$  e  $dz$  in generale diverse lungo  $x$  e lungo  $z$ .



Questa struttura può essere pensata come una ripetizione lungo  $z$  di un array lineare

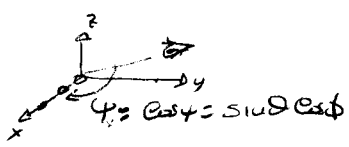


Gli elementi radianti siano tutti uguali, alimentati con corrente delle stesse ampiezze ma con fase che varia sia lungo  $\hat{x}$  che lungo  $\hat{z}$

$$I_0 e^{j\alpha x} \Rightarrow I_0 e^{j\alpha dx} \cdot e^{j\alpha dz}$$

Il fattore d'array delle singole righe è

$$|F_x| = I_0 \frac{|\sin \frac{N+1}{2}(u+u_0)|}{|\sin \frac{u+u_0}{2}|}$$



con  $u = k_0 dx \sin \theta \cos \phi$   
 $u_0 = dx \cdot \alpha$

Utilizzando il teorema di moltiplicazione del diagramma di radiazione,  
il fattore d'array complessivo delle cortine:

$$|F(\theta, \phi)| = I_0 |F_x| \cdot \frac{\left| \sin \left( \frac{M+1}{2} (\nu + \nu_0) \right) \right|}{\left| \sin \left( \nu - \nu_0 \right) / 2 \right|} \quad \text{con} \quad \begin{aligned} \nu &= k_0 dz \cos \theta \\ \nu_0 &= dz dz \end{aligned}$$

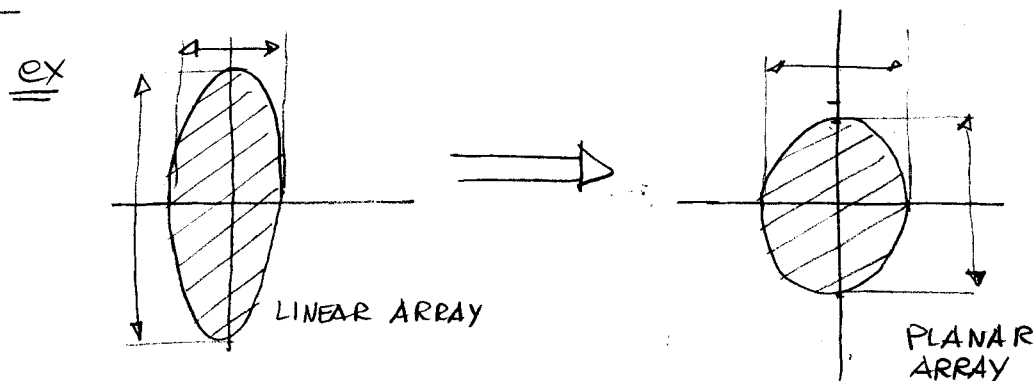
fattore d'array  
di una linea di  
radietori

fattore d'array  
(dell'array di righe)

$$|F(\theta, \phi)| = I_0 \frac{\left| \sin \left[ \frac{(N+1)}{2} (\mu + \mu_0) \right] \right|}{\left| \sin \left( \frac{\mu + \mu_0}{2} \right) \right|} \cdot \frac{\sin \left[ \frac{M+1}{2} (\nu + \nu_0) \right]}{\left| \sin \left( \frac{\nu + \nu_0}{2} \right) \right|} \quad \text{FATTORE D'ARRAY delle CORTINE}$$

NOTA:

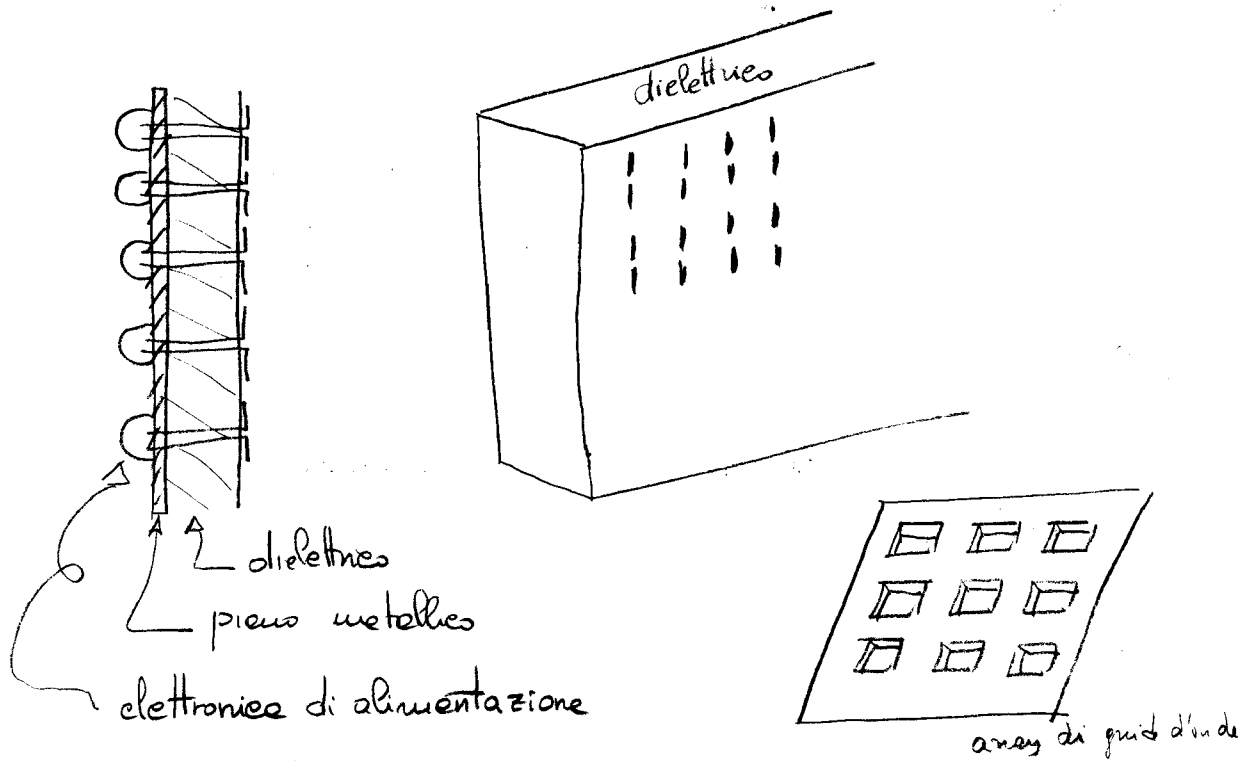
Se l'array lineare permette il controllo della sezione del ML solo in una direzione (si pensi al caso dei dipoli a  $\lambda/2$ ),  
le cortine controllano la sezione del fascio lungo entrambe le direzioni



Si riesce quindi ad ottenere un fascio molto direttivo.

Se poi si è in grado di controllare elettronicamente la fase, si può realizzare un puntamento a scansione.

ex

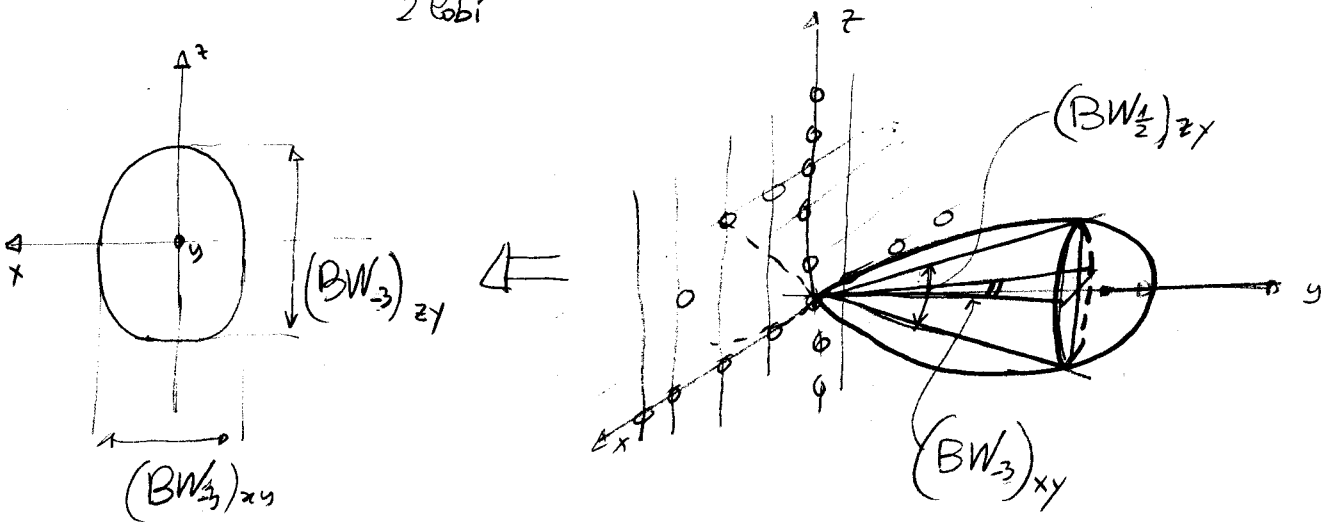


— DIRETTIVITA' della CORTINA —

Per una cortina broad side la direttività si calcola come:

$$D_{obs} = \frac{4\pi}{2(BW_3)_{xy} (BW_3)_{yz}} \quad \text{broad-side}$$

$\uparrow$   
2 lobi



Sostituendo i valori numerici si ottiene:  $(BW_3)_{xy} = \frac{2.65 \lambda}{\pi (N+1) dx}$

Simile al caso di aperture rettangolari uniformi.

$$D_{obs} = \frac{8.83}{\lambda^2} A \quad \leftarrow \quad (BW_3)_{yz} = \frac{2.65 \lambda}{\pi (M+1) dz}$$

con  $A = L_x \cdot L_y = (N+1)dx \cdot (M+1)dy \approx$  area delle celle

Da questa relazione, fissato la frequenza di lavoro e la direttività possiamo avere un'idea delle dimensioni dell'array.

NOTA : in generale, per aumentare la direttività di una struttura radiante si può aumentare le dimensioni.

Più è grande rispetto alle lunghezze d'onda, tanto più una struttura è direttiva

ex Sistemi parabolici.

PUNTAMENTO

La posizione angolare del ML è tale che

$$\begin{cases} u + u_0 = 0 \\ v + v_0 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} k_0 dx \cos \phi_0 \sin \theta_0 + \alpha_x dx = 0 \\ k_0 dz \cos \theta_0 + \alpha_z dz = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \cos \phi_0 \sin \theta_0 = - \frac{\alpha_x}{k_0} \\ \cos \theta_0 = - \frac{\alpha_z}{k_0} \end{cases} \Rightarrow (\theta_0, \phi_0) \text{ posizione ML}$$

$$\begin{cases} \theta_0 = a \cos \left[ - \frac{\alpha_z}{k_0} \right] \\ \cos \phi_0 \cdot \tan \theta_0 = \frac{\alpha_x}{\alpha_z} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \theta_0 = a \cos \left( - \frac{\alpha_z}{k_0} \right) \\ \phi_0 = a \cos \left( \frac{\alpha_x}{\alpha_z} \cdot \cot \theta_0 \right) \end{cases}$$

relazione fessature  $\Rightarrow$  puntamento (30)