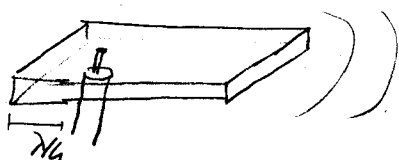


Antenne per comunicazioni satellitari

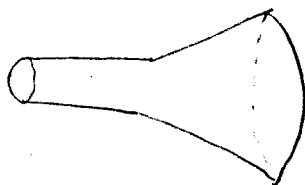
- Antenne ad apertura
 - Feed
- Riflettore parabolico

ANTENNE AD APERTURA

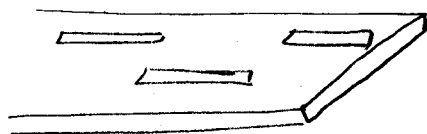
- 1 antenne a guida d'onda troncata
- 2 antenne a tromba (horn)
- 3 antenne a slot



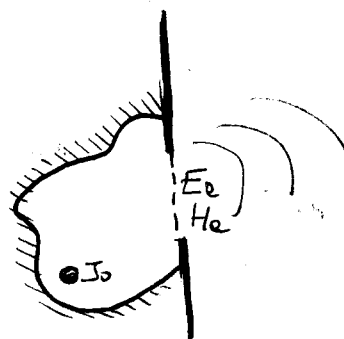
①



②



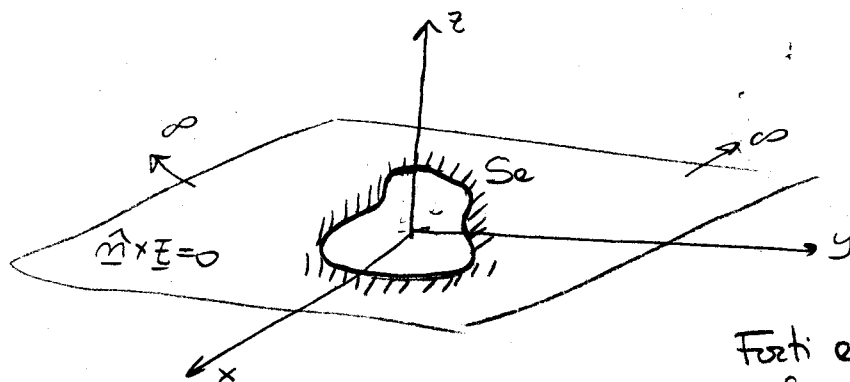
③



modello

In linea di principio ma qualunque di queste strutture può essere risolta in forme numeriche con il metodo dei momenti discretizzando tutto il conduttore con elementi di superficie.

Per avere delle formule di previsione, si può ricorrere a modelli semplificati $\Rightarrow$ modello di aperture su schermo infinito

radiazione
per $z > 0$

Fatti approssimazioni
sul campo ai bordi
dell'apertura

METODO DELLE SORGENTI EQUIVALENTI

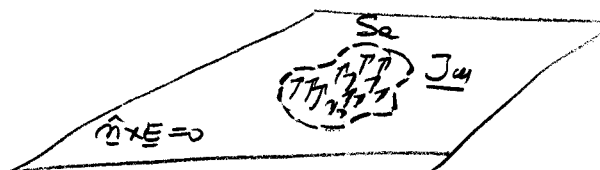
1. Si suppone che sull'apertura sia noto il campo elettrico tangente $\underline{E}_e(x,y) = \underline{E}_e(\underline{r})$ $\underline{r} = x\hat{x} + y\hat{y}$

es. nel caso di guide $\underline{E}_e \perp$ modo TE₁₀

- nel caso di slot $\underline{E}_e$ ha andamento sinusoidale rispetto al lato lungo e costante rispetto al lato corto
- diversamente può essere ottenuto risolvendo numericamente le equazioni interne dell'antenna

2. Si applica il teorema di equivalenza per $z > 0$ e quindi l'apertura S_a viene chiusa e al posto di essa si considera una densità di corrente magnetica

$$\underline{J}_m(x,y) = -\hat{n} \times \underline{E}_e = -\hat{z} \times \underline{E}_e(x,y)$$

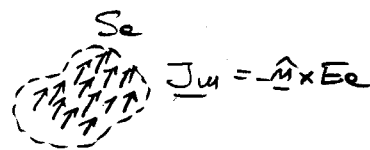


3. Si applica il teorema delle immagini e si rimuove lo schermo metallico raddoppiando la sorgente equivalente

$$\underline{J}_m = -2\hat{z} \times \underline{E}_e(z,0)$$

che ora media nello spazio libero.

(ci interessa solo quello che eccede per $z > 0$)



Note : in base al teorema di equivalenza si poteva far riferimento anche ad una superficie magnetica con $\underline{J}_e = \hat{n} \times \underline{H}_e$ o una superficie metallica con sorgenti equivalenti sia elettriche che magnetiche. I risultati (campo indotto) sarebbero simili solo nel caso in cui il campo nell'apertura fosse noto in maniera esatta.

Il modello con entrambe le sorgenti è utile per tener conto dell'effetto di bordo

APERTURA DI FORMA QUALUNQUE

Si considera la sola sorgente magnetica e si applica la teoria dei potenziali.

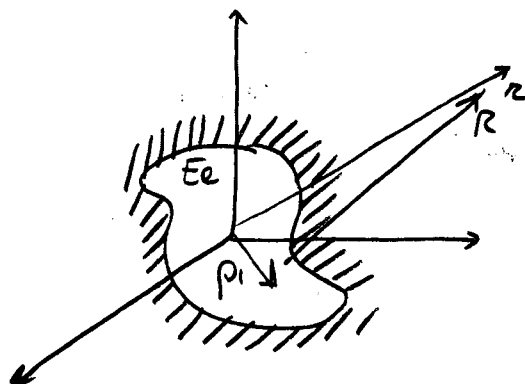
$$\underline{F}(\underline{r}) = \epsilon_0 \iint_{S_a} \underline{J}_m(\underline{r}') \frac{e^{-jk_0 R}}{4\pi R} d\underline{r}'$$

$$R = |\underline{r} - \underline{r}'|$$

$$d\underline{r}' = dx' dy'$$

potenziale vettore elettrico

Nelle condizioni di campo lontano si possono applicare le usuali approssimazioni al termine esponenziale



$$\frac{e^{-jk_0 R}}{4\pi R} \approx \frac{e^{-jk_0 R}}{4\pi r} e^{+jk_0 \hat{\underline{r}} \cdot \underline{r}'}$$

per cui il potenziale elettrico si scrive come

$$\underline{F}(\underline{r}) = -\epsilon_0 \frac{e^{-jk_0 R}}{2\pi r} \iint_{S_a} \underline{E}_e(x', y') e^{+jk_0 \hat{\underline{r}} \cdot \underline{r}'} dx' dy'$$

e porta:

$$\hat{\underline{r}} \cdot \underline{r}' = \hat{\underline{r}} \cdot (x' \hat{\underline{x}} + y' \hat{\underline{y}}) =$$

$$= x' \sin\theta \cos\phi + y' \sin\theta \sin\phi$$

si pone

$$\tilde{k}_x \triangleq k_0 \sin\theta \cos\phi$$

$$\tilde{k}_y \triangleq k_0 \sin\theta \sin\phi$$

$$f_x(\tilde{k}_x, \tilde{k}_y) \triangleq \iint_{S_0} E_{0x}(x', y') e^{j(\tilde{k}_x x' + \tilde{k}_y y')} dx' dy'$$

$$f_y(\tilde{k}_x, \tilde{k}_y) \triangleq \iint_{S_0} E_{0y}(x', y') e^{j(\tilde{k}_x x' + \tilde{k}_y y')} dx' dy'$$

e cioè $(\star) \quad \underline{f}_t(\tilde{k}_x, \tilde{k}_y) \triangleq \underline{f}_x \hat{x} + \underline{f}_y \hat{y} = \iint_{S_0} \underline{E}_0(x', y') e^{j(\tilde{k}_x x' + \tilde{k}_y y')} dx' dy'$

Trasformate di Fourier spaziale del
campo tangente all'apertura valutato in $(\tilde{k}_x, \tilde{k}_y)$

Si vedrà che tutte le proprietà di radiazione delle antenne ed aperture possono essere dedotte dal vettore $\underline{f}_t$

Trasformate spaziali
 $(x, y) \rightarrow (\theta, \phi)$
 del piano ed angoli (direzione di osservazioni)

Con queste assegnazioni il potenziale vettore si riscrive nelle forme compatte

$$\underline{F}(\underline{r}) \approx -\frac{e^{-jk_0 r}}{2\pi r} \hat{e} \times \underline{f}_t(\tilde{k}_x, \tilde{k}_y)$$

In analogia ai dipoli elementari, si tratta ancora di un'onda sferica non uniforme e cioè sul fronte d'onda sferico l'ampiezza del potenziale è variabile con l'angolo secondo il termine $f_t(\tilde{k}_x, \tilde{k}_y)$.

A questo punto si può passare al campo elettrico inedito

$$\underline{E}(\underline{r}) = \frac{1}{\epsilon_0} \nabla \times \underline{F}$$

Nel campo lontano vale la seguente approssimazione del rotore

$$\nabla \times \sim -j k_0 \hat{z} \times$$

$$\underline{E}(\underline{r}) = -j \frac{k_0}{\epsilon} \hat{z} \times \underline{F} = j k_0 \frac{e^{-j k_0 r}}{2\pi r} \hat{z} \times (\hat{z} \times \underline{f}_t)$$

a parte $\hat{z} \times (\hat{z} \times \underline{f}_t)$:

$$\hat{z} \times \underline{f}_t = \hat{z} \times (f_x \hat{x} + f_y \hat{y}) = f_x \hat{y} - f_y \hat{x}$$

rettangolari
↕
sferiche

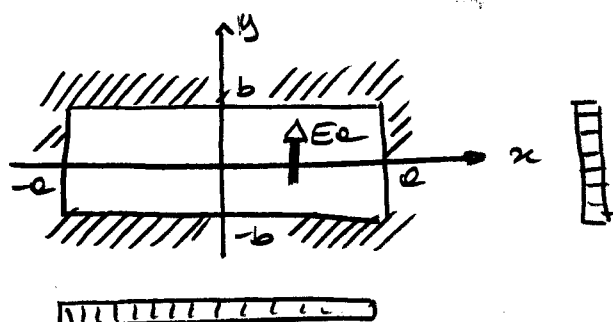
$$\begin{cases} \hat{x} = \hat{z} \sin \theta \cos \phi + \hat{\theta} \cos \theta \cos \phi - \hat{\phi} \sin \phi \\ \hat{y} = \hat{z} \sin \theta \sin \phi + \hat{\theta} \cos \theta \sin \phi + \hat{\phi} \cos \phi \end{cases}$$

$$f_x \hat{y} - f_y \hat{x} = \hat{z} (f_x \sin \phi - f_y \cos \phi) \sin \theta + \hat{\theta} (f_x \sin \phi - f_y \cos \phi) \cos \theta + \hat{\phi} (f_x \cos \phi + f_y \sin \phi)$$

APERTURA RETTANGOLARE CON ILLUMINAZIONE UNIFORME

È la configurazione più semplice di campo di apertura che però non è per niente facile da realizzare e viene considerata una situazione di riferimento alle quali riferire illuminazioni più realizzabili. Ha il ruolo del dipolo isotropo nella classe delle antenne e ha

$$\begin{cases} \underline{E}_0 = E_0 \underline{\hat{y}} \\ |x| \leq a, |y| \leq b \end{cases}$$



$$\Rightarrow f_x = 0$$

$$f_y = E_0 \int_{-a}^a \int_{-b}^b e^{+j\tilde{k}_x x + j\tilde{k}_y y} dx dy =$$

$$= E_0 \frac{2 \sin \tilde{k}_x a - 2 \sin \tilde{k}_y b}{\tilde{k}_x \tilde{k}_y} = \overbrace{4ab}^S E_0 \frac{\sin u}{u} \frac{\sin v}{v}$$

← area dell'apertura

con

- variabili ausiliarie

$$\begin{cases} u = k_0 a \sin \theta \cos \phi \\ v = k_0 b \sin \theta \sin \phi \end{cases}$$

Il campo esterno è quindi dato da combinazione di funzioni sinc che sono trasformate di Fourier di un rettangolo.

$$\underline{E} \sim j \frac{k_0}{2\pi r} e^{-jkr} (\sin \phi \underline{\hat{\theta}} + \cos \phi \cos \theta \underline{\hat{\phi}}) f_y$$

Sono quindi presenti ambedue le componenti E_θ e E_ϕ

quindi $\hat{z} \times (f_x \hat{y} - f_y \hat{x}) = -\hat{\theta} (f_x \cos \phi + f_y \sin \phi) -$
 $-\hat{\phi} (f_y \cos \phi - f_x \sin \phi) \cos \theta$

Infine il campo elettrico avrà quindi componenti:

$$\left\{ \begin{array}{l} E_{\theta} \sim j k_0 \frac{e^{-j k_0 r}}{2 \pi r} (f_x \cos \phi + f_y \sin \phi) \\ E_{\phi} \sim j k_0 \frac{e^{-j k_0 r}}{2 \pi r} (f_y \cos \phi - f_x \sin \phi) \cos \theta \\ E_r \sim 0 \\ \underline{H} = \frac{1}{\eta_0} \hat{z} \times \underline{E} \end{array} \right.$$

c'è un '2' invece di '4' in quanto si tiene conto delle sorgenti immagine.

Procedure

stime/misure
del $\underline{E}_e \implies \underline{f}_t \implies \underline{E}, \underline{H}$

Tutto si riduce quindi al calcolo delle trasformate bidimensionali del campo di aperture.

Note

La configurazione di campo uniforme non è direttamente compatibile con la struttura in quanto non viene rispettata la condizione al contorno $\hat{n} \times \underline{E} = 0$ sul contorno conduttore $x = \pm a$

Final Note

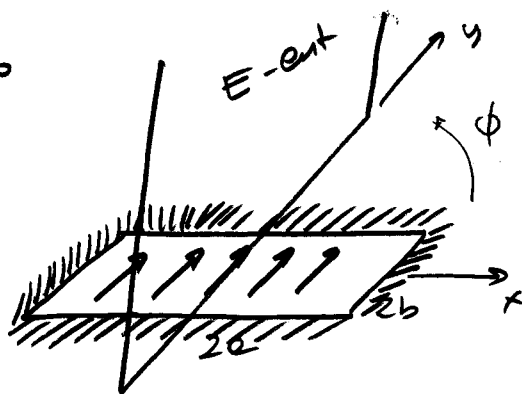
Valutiamo ora il campo dell'apertura su due tagli principali:

$$\boxed{\phi = \frac{\pi}{2} \quad E\text{-cut}}$$

passa per il campo elettrico d'apertura

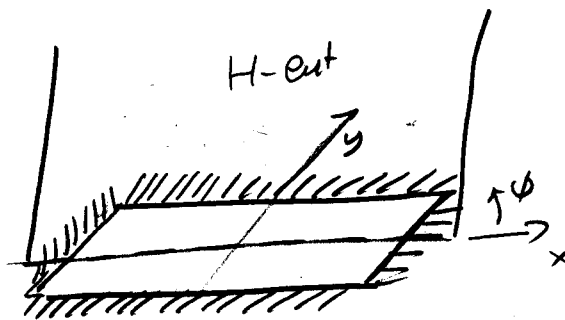
è il piano (y, z)

$$\begin{cases} \underline{E} = E_0 \hat{\phi} = j \frac{k_0}{2\pi r} e^{-jk_0 r} \frac{\sin \nu}{\nu} \hat{\phi} \\ \nu = k_0 b \sin \vartheta \\ u = 0 \end{cases}$$



$$\boxed{\phi = 0^\circ \quad H\text{-cut}}$$

$$\begin{cases} \underline{E} = E_0 \hat{\phi} = j \frac{k_0}{2\pi r} e^{-jk_0 r} \frac{\sin u}{u} \cos \vartheta \hat{\phi} \\ u = k_0 a \sin \vartheta \\ \nu = 0 \end{cases}$$



Ambedue i tagli del campo dipendono dalle funzioni sinc ma nel caso dell'H-cut esse è filtrata dal termine cos

E-cut

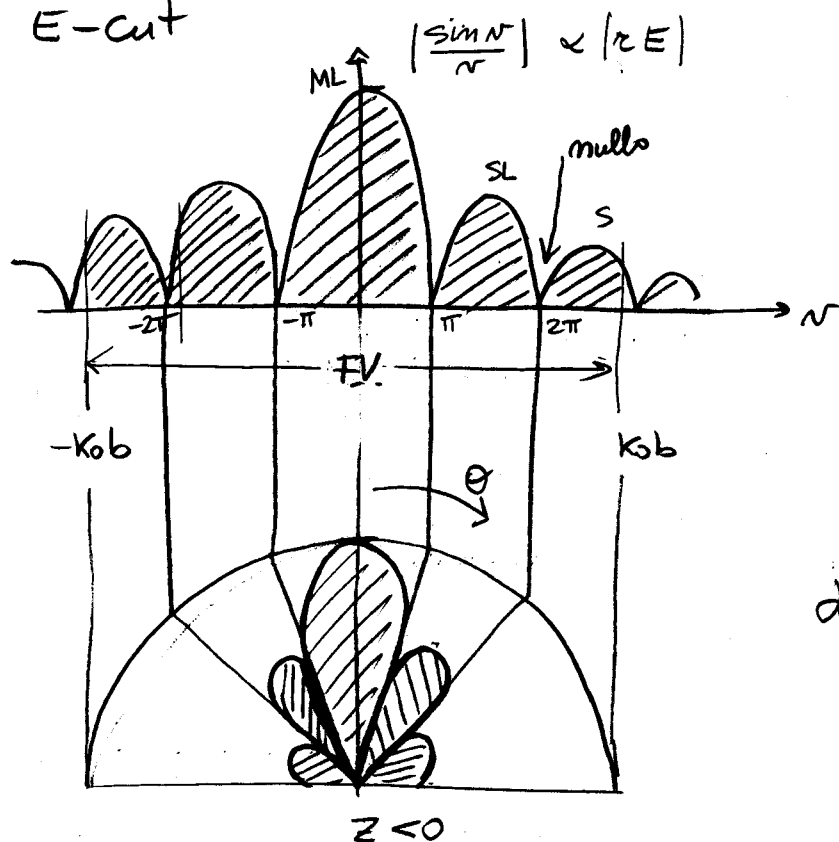


diagramma cartesiano
rispetto alle variabile
ausiliarie N .

C'è un Main Lobe e
fatti Side Lobes di
ampiezza decrescente

diagramma polare

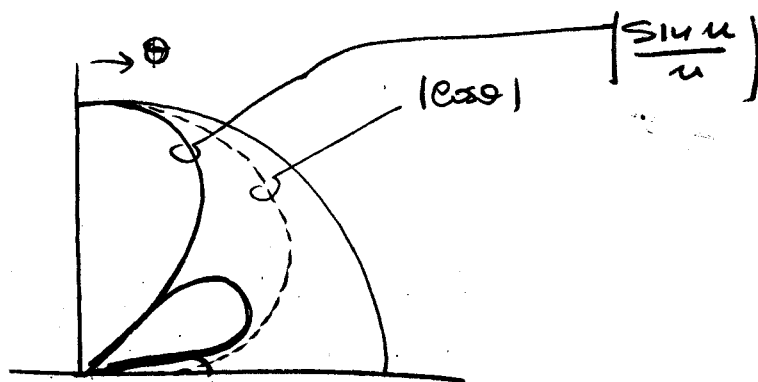
Solo una porzione del grafico cartesiano darà origine al
diagramma di radiazione fisico. Infatti:

$$\left. \begin{aligned} u &= k_0 b \sin \theta \\ \text{ma } |\sin \theta| &\leq 1 \Rightarrow |u| \leq k_0 b \\ |v| &\leq k_0 b \end{aligned} \right\} \text{F.V.}$$

Viene quindi definita una FINESTRA DI VISIBILITÀ
che produce il vero diagramma di radiazione polare

Una simile vale anche per il piano H dove
però compare anche il termine $\cos \theta$. Esso comunque
risulta lentamente variabile rispetto a $\sin u/u$ e quindi
ha come effetto solo quello di attenuare i lobi secondari
e non introduce, in genere, altri nulli.

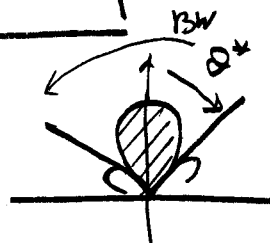
esempio



Larghezza di fascio tra i primi nulli
(FIRST NULL BEAM WIDTH)

$$\theta^* \Leftarrow \begin{bmatrix} u^* \\ v^* \end{bmatrix} = \pi$$

$$\sin \theta^* = \begin{bmatrix} \frac{\pi}{k_0 b} \\ \frac{\pi}{k_0 a} \end{bmatrix}$$

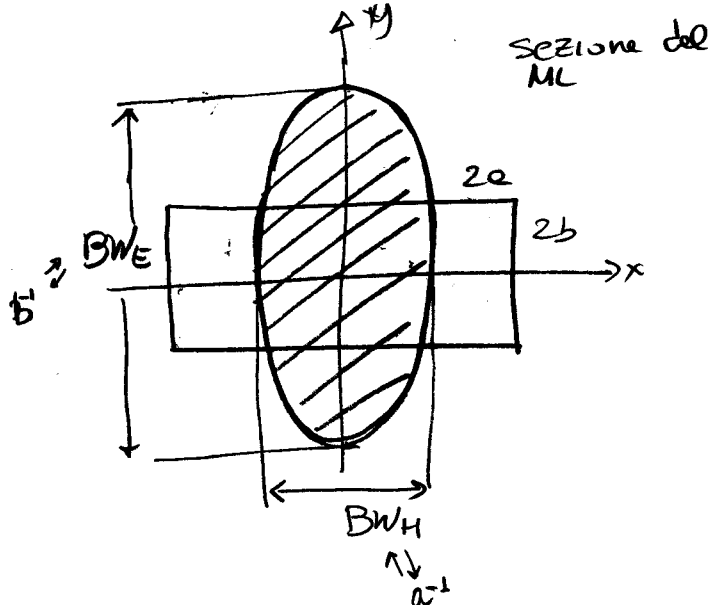


$$BW = 2\theta^*$$

Nel caso di grandi aperture (cavo stretto) si può approssimare
 $\sin \theta^* \sim \theta^*$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} \theta_E^* \\ \theta_H^* \end{bmatrix} \approx \begin{bmatrix} \frac{\lambda}{2b} \\ \frac{\lambda}{2a} \end{bmatrix} \Rightarrow$$

$$\begin{aligned} BW_E &= \frac{\lambda}{b} \\ BW_H &= \frac{\lambda}{a} \end{aligned}$$



Il Beamwidth è quindi inversamente proporzionale alla lunghezza del lato dell'apertura.

Le forme del lobo più avere controllate indipendente mente sui due tagli delle dimensioni dei due lati.

Livello dei lobi secondari

Si può far vedere che il più alto lobo secondario ha un'ampiezza che è

al di sotto del lobo principale. $-13,25 \text{ dB}$

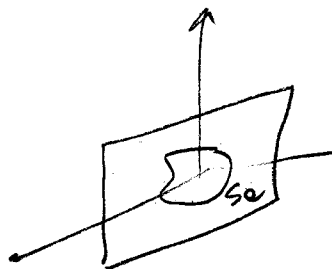


Calcolo della Direttività

$$D = 4\pi \frac{I(0,0)}{P_R}$$

$$P_R = \iint_{S_0} \frac{1}{2} \underline{E} \times \underline{H}^* \cdot \underline{\hat{z}} \, dx' dy'$$

↳ la calcoliamo come flusso del vettore di Poynting attraverso l'apertura



Trascurando gli effetti di bordo si ipotizza la receptiva di onde piane sull'apertura

$$\underline{E}_0, \quad \underline{H}_0 = \frac{1}{\eta_0} \underline{\hat{z}} \times \underline{E}_0$$

$$\Rightarrow P_R = \frac{1}{2} \frac{1}{\eta_0} \iint_{S_0} |\underline{E}_0|^2 \, dx' dy' = \frac{1}{2} \frac{|\underline{E}_0|^2}{\eta_0} \overbrace{ab}^{S_0} = \frac{1}{2} \frac{|\underline{E}_0|^2}{\eta_0} S_0$$

vettore di Poynting in zona lontana

$$I(\theta, \phi) = \frac{r^2 |E|^2}{2\eta_0} = \frac{1}{2\eta_0} \frac{E_0^2}{4\pi^2} \left[\cos^2\theta (f_x \sin\phi - f_y \cos\phi)^2 + (f_x \cos\phi + f_y \sin\phi)^2 \right]$$

il massimo di intensità si ha per $\theta=0^\circ$ (antenna broadside)

$$\Rightarrow I_{\max} = \frac{1}{2\eta_0} \frac{E_0^2}{4\pi^2} \left[(f_x \sin\phi - f_y \cos\phi)^2 + (f_x \cos\phi + f_y \sin\phi)^2 \right] E_0^2$$

per l'illuminazione uniforme è $f_x = 0$

$$\Rightarrow I_{\max} = \frac{1}{2\eta_0} \frac{E_0^2}{4\pi^2} f_y^2 \underbrace{(\cos^2\phi + \sin^2\phi)}_1 E_0^2 = \frac{E_0^2}{8\eta_0 \pi^2} f_y^2 \Big|_{\theta=0}$$

$$\text{ovv} \quad f_y = 406 \underbrace{\frac{m}{u}}_1 \underbrace{\frac{m}{v}}_1$$

$$u = k_0 R \sin\theta \cos\phi$$

$$v = k_0 R \sin\theta \sin\phi$$

$$f_y(\theta=0) = 406 = S$$

$$\Rightarrow I_{\max} = \frac{E_0^2}{8\eta_0 \pi^2} E_0^2 S^2$$

Da cui

$$D_0 = \frac{4\pi \frac{E_0^2}{8\eta_0 \pi^2} E_0^2 S^2}{\frac{1}{2} \frac{E_0^2}{\eta_0} S} = \frac{K_0^2 S}{\pi} = \frac{4\pi^2}{\lambda^2 \pi} S = 4\pi \frac{S}{\lambda^2}$$

$$\boxed{D_0 = 4\pi \frac{S}{\lambda^2}}$$

è indipendente dalla forma dell'apertura
(a patto che sia sufficientemente larga)
ma dipende dalle sue
"Area elettrica"

NB // È la massima direttività ottenibile da un'area radiante S in
quanto tutto il campo incide in fase.

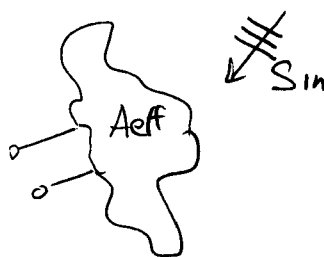
Dall'espressione della direttività massima di un'apertura con illuminazione uniforme si può definire l'area efficace massima per una qualunque antenna di direttività D_0

$$A_{eff} \triangleq \lambda^2 \frac{D_0}{4\pi}$$

E' una caratteristica normalmente usata in ricezione.

$$P_r = A_{eff} \cdot S_{in}$$

permette di calcolare la potenza massima raccolta ai morsetti quando l'antenna è investita da un'onda piana con vettore di pointing S_{in} .



A_{eff} può quindi essere considerata come l'area di una apertura rettangolare uniforme che raccoglie la stessa potenza dell'antenna in esame.

Normalmente $A_{eff} \leq \text{area fisica}$. L'uguaglianza vale per l'apertura uniforme.

|| Più in generale l'area efficace è funzione dell'angolo

$$A_{eff}(\theta, \phi) = \lambda^2 \frac{D(\theta, \phi)}{4\pi}$$

è legata alla guadagno efficace di un'antenna.

→ trovare la relazione esprimendo la potenza incidente o la direttività in funzione di $|h|$

EFFICIENZA D'APERTURA

Si era introdotta l'area efficace A_e di un'antenna di direttività massima D_0

$$A_e \triangleq \frac{\lambda^2}{4\pi} D_0$$

Per un'apertura, il legame tra area geom. e area efficace è espresso da

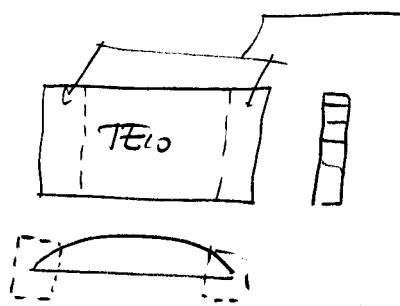
$$\epsilon_{ap} = \frac{A_e}{A}$$

Nel caso di aperture con illuminazione uniforme è $\epsilon_{ap} = 1$

Giudica quanto bene è usata l'apertura

valori tipici 30 - 90%

ex



in queste regioni il campo è basso e quindi contribuisce poco alla radiazione.

È come se l'apertura "attiva" fosse più piccola di quella geometrica.

- Quindi un Array può essere pensato come una realizzazione approssimata di un'antenna ad aperture.

21/04/93

Per calcolare la direttività si può direttamente usare la formula

$$D = 4\pi \frac{S'}{\lambda^2}$$

- Anche per questo tipo di strutture c'è una zona di visibilità infatti:

$$u = a k_0 \sin \theta$$

$$\sin \theta = \frac{u}{a k_0}$$

$$\Rightarrow \left| \frac{u}{a k_0} \right| < 1 \quad \Rightarrow -k_0 a < u < k_0 a$$

$$-\frac{a}{\lambda} \leq u \leq \frac{a}{\lambda}$$

- per aumentare o agire e diminuire la zona di visibilità si può agire su $\frac{a}{\lambda}$.

Adesso, ancora per una apertura rettangolare, con illuminazione a fase variabile linearmente con le coordinate:

$$\underline{20} \quad (*) \quad \underline{E_e = E_0 e^{-j\alpha x} e^{-j\beta y}}$$

Come vedremo con questo accorgimento riusciamo a spostare il fascio:

- introducendo (*) nelle formule di F_x otteniamo:

$$I_x = E_0 \int_a^b \int_{-b}^b e^{-j\alpha x} e^{-j\beta y} e^{jk_0 \sin\theta \cos\phi x} e^{jk_0 \sin\theta \sin\phi y} dx dy =$$

$$= 2E_0 \frac{\sin(k_0 \sin\theta \cos\phi - \alpha)a}{(k_0 \sin\theta \cos\phi - \alpha)a} \cdot \frac{\sin(k_0 \sin\theta \sin\phi - \beta)b}{(k_0 \sin\theta \sin\phi - \beta)b} =$$

$$I_x = \underbrace{4ab}_{A} E_0 \frac{\sin(\mu - \mu_0)}{\mu - \mu_0} \cdot \frac{\sin(\nu - \nu_0)}{\nu - \nu_0}$$

donde $\mu = k_0 \sin\theta \cos\phi$; $\mu_0 = \alpha a$
 $\nu = k_0 \sin\theta \sin\phi$; $\nu_0 = \beta b$

Facciamo i conti otteniamo delle espressioni per E_θ e E_ϕ analoghe a questo tratto prima. Basta sostituire e

$$\begin{aligned} \mu &\leftarrow \mu - \mu_0 \\ \nu &\leftarrow \nu - \nu_0 \end{aligned}$$

Cio comporta uno slittamento del diagramma di radiazione di μ_0 e ν_0



Il massimo sta in μ_0 e ν_0

$$\begin{cases} \mu = \mu_0 \\ \nu = \nu_0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} k_0 \sin\theta \cos\phi = \alpha \\ k_0 \sin\theta \sin\phi = \beta \end{cases}$$

$$\tan\phi = \frac{\beta}{\alpha}$$

$$k_0^2 \sin^2\theta = \alpha^2 + \beta^2$$

$$\phi = \arctan \frac{\beta}{\alpha}$$

$$\theta = \arcsin \sqrt{\frac{\alpha^2 + \beta^2}{k_0^2}}$$

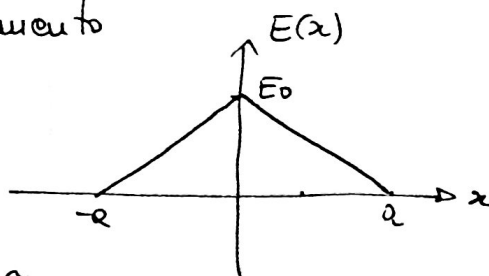
Angolo di puntamento
del main-beam.

Consideriamo adesso una illuminazione non più uniforme

$$E = E(x) \hat{z} \quad (\text{TAPERED})$$

dove $E(x)$ ha un andamento

$$E(x) = E_0 \left(1 - \frac{|x|}{a}\right)$$



Calcolo

$$f_x = E_0 \int_{-a}^a \int_{-b}^b \left(1 - \frac{|x|}{a}\right) e^{j\tilde{k}_y x} e^{j\tilde{k}_y y} dx dy =$$

$$= 2E_0 b \frac{\sin \tilde{k}_y b}{\tilde{k}_y b} \int_{-a}^a \left(1 - \frac{|x|}{a}\right) e^{j\tilde{k}_x x} dx$$

è una funzione pari

è una funzione pari (cos) e una dispari (sin)

il contributo di $\left(1 - \frac{|x|}{a}\right)$ su $\tilde{k}_x x$ è nullo (funzione dispari in un periodo).

resta allora da calcolare: $2 \int_0^a \left(1 - \frac{x}{a}\right) \cos \tilde{k}_x x dx = \dots$

A conti fatti si ha:

$$f_x = 2ab E_0 \frac{\sin v}{v} \frac{\sin^2 u/2}{(u/2)^2}$$

dove

$$u = \tilde{k}_x a$$

$$v = \tilde{k}_y b$$

Rispetto all'illuminazione uniforme abbiamo il termine $\frac{\sin^2 u/2}{(u/2)^2}$ invece di $\frac{\sin u}{u}$. Ciò esprime che il main-l.

sto ampio il doppio : infatti bisogna porre

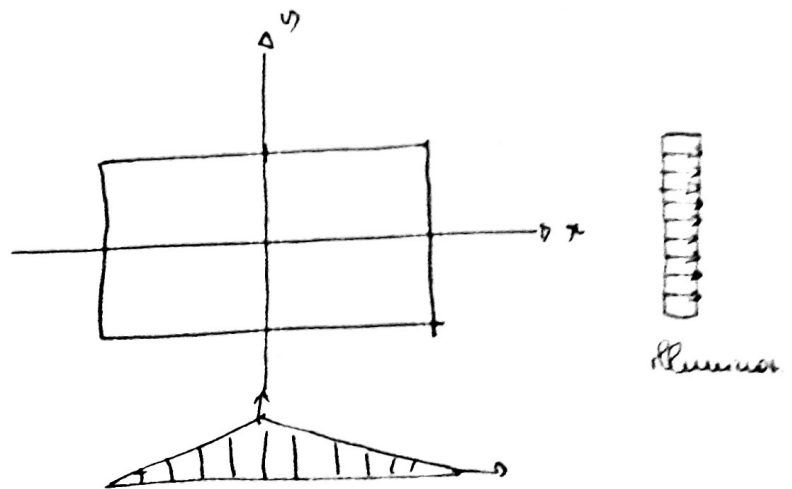
$$\sin^2 u/2 = 0$$

$$\Rightarrow \frac{u^*}{2} = \pi$$

$$u^* = k a \sin \theta^* = 2\pi$$

$$BW = 2\theta^* = 2 \frac{\lambda}{a}$$

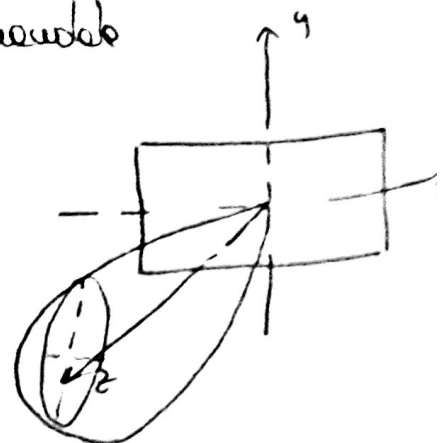
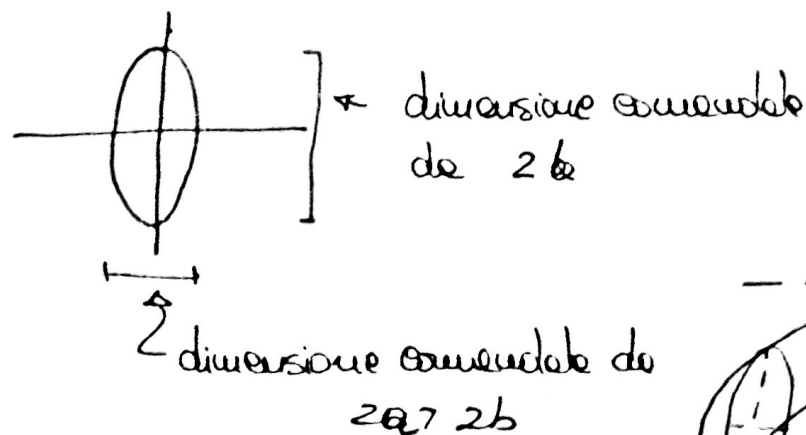
L'illuminazione viene
venuta solo sul piano
orientabile e quindi
solo su questa direzione
si ha un raddoppio
della larghezza del ML.



Nel caso di illuminazione
tapered, abbiamo una
situazione analoga a quella dell'array binomiale. Anche in
questo caso si ha una drastica riduzione dei SL.

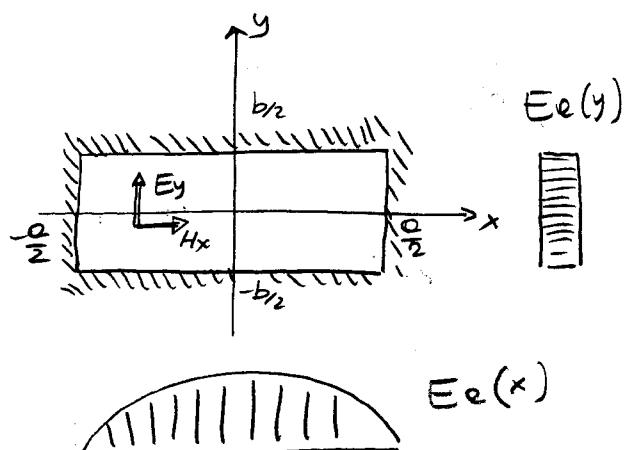
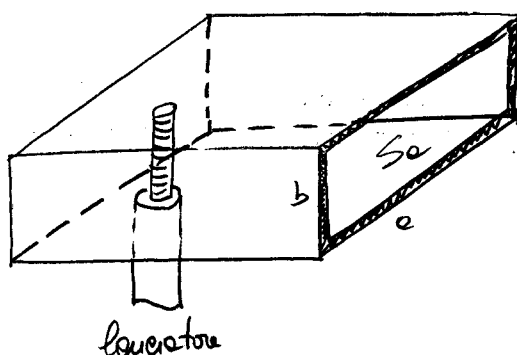
La forma del main lobe è la seguente

H-ant



IRRADIAZIONE DA GUIDA D'ONDA TRONCA (Open-ended waveguide)

a) Guida Rettangolare



Ipotesi:

1. Si suppone che nell'apertura ci sia il solo modo fondamentale TE_{10}
2. Si trascurano quindi i modi di ordine superiore
3. Si trascurano l'effetto di bordo dell'apertura

$$\begin{cases} E_e(x,y) = E_0 \cos \frac{\pi}{a} x \hat{y} \\ H_e(x,y) = -\frac{E_0}{Z_{10}} \cos \frac{\pi}{a} x \hat{x} \end{cases} \quad \leftarrow \text{modo } TE_{10}$$

$$\text{con } \beta_{10} = \sqrt{k_0^2 - \left(\frac{\pi}{a}\right)^2}$$

imp. caratteristico
modo TE_{10}

vale

$$Z_{10} \beta_{10} = \eta_0 k_0 \Rightarrow Z_{10} = \frac{k_0}{\beta_{10}} \eta_0$$

Si calcola lo spettro d'onde piano

$$f_y = E_0 \cdot b \frac{\sin \nu}{\nu} \int_{-\frac{a}{2}}^{\frac{a}{2}} \cos \frac{\pi x}{a} e^{j \tilde{k}_x x} dx$$

↑↑

l'integrazione rispetto ad y fornisce gli stessi risultati nel caso di illuminazione uniforme

Saltando i calcoli si ottiene

$$\begin{cases} f_y = 2\pi a b E_0 \frac{\sin \nu}{\nu} \frac{\cos u}{\pi^2 - 4u^2} \\ f_x = 0 \end{cases}$$

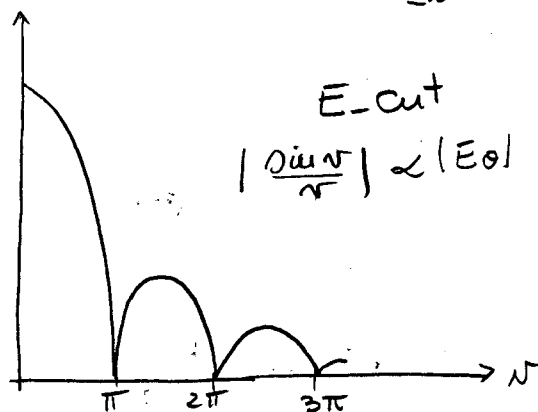
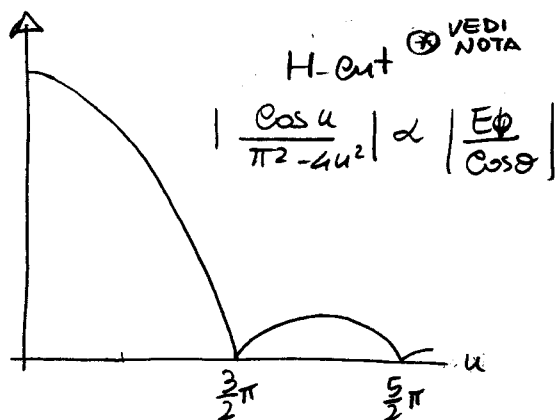
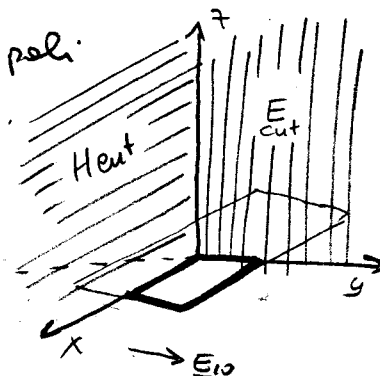
$$u = \tilde{k}_x \frac{a}{2} = k_0 \cos \phi \sin \theta \frac{a}{2}$$

$$\nu = \tilde{k}_y \frac{b}{2} = k_0 \sin \phi \sin \theta \frac{b}{2}$$

Si osservano gli andamenti sui piani principali:

H-cut (piano xz) $\phi = 0$ $\nu = 0$ $E_\phi = 0$

$$f_y = 2\pi a b \frac{\cos u}{\pi^2 - 4u^2}$$



E-cut piano (y,z) $\phi = \frac{\pi}{2}$ $u = 0$ $E_\phi = 0$

$$f_y = 2\pi a b \frac{\sin \nu}{\nu} \quad \text{come nel caso uniforme}$$

NOTA



Il campo E_ϕ è dato da, per $\phi=0$

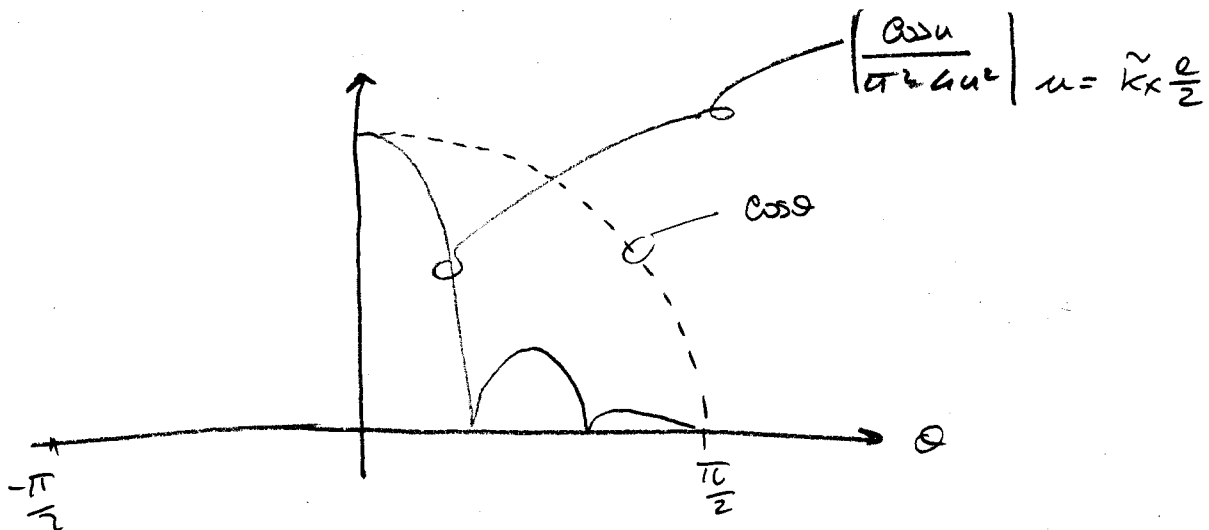
$$E_\phi(r, \theta, \phi) \sim \frac{j k_0}{2\pi r} e^{j k_0 r} f_\theta \cos \theta$$

pertanto il pattern di radiazione è in realtà proporzionale a

$$|\cos \theta| \left| \frac{\cos u}{\pi^2 - 4u^2} \right|$$

ma $\cos \theta > 0$ per $-\frac{\pi}{2} < \theta < \frac{\pi}{2}$ e quindi il suo effetto è solo quello di attenuare la funzione (e quindi i lobi)

$$\left| \frac{\cos u}{\pi^2 - 4u^2} \right|$$



Per effetto del tapering dell'illuminazione di apertura in direzione x , (e in senso) il diagramma di radiazione sul taglio H (parallelo alla direzione x) avrà lobi secondari più bassi rispetto al taglio E (che dipende principalmente dall'andamento dell'illuminazione d'apertura lungo y). $\Rightarrow$ ARRAY BINOMIALE

Il diagramma di radiazione sarà quindi molto asimmetrico rispetto l'asse dell'apertura, anche nel caso in cui queste fosse quadrata.

Rispetto ad una illuminazione uniforme il ML sul piano H si è allargato. Dipendentemente dalle dimensioni della guida, i lobi secondari sul piano H possono anche essere completamente assenti. Infatti si considera la finestra di visibilità sul piano H

$$|u| < \frac{k_0 a}{2} = \pi \frac{a}{\lambda}$$

normalmente nelle guide è $\frac{\lambda}{2} < a < \lambda$

per cui $\frac{\pi a}{\lambda} < \pi$

in altri termini la finestra di visibilità termina prima del primo zero in u ($\frac{3}{2}\pi$)

ex guide d'onda in banda X ($8 \div 12$ GHz) $\lambda_0 \approx 3$ cm
dimensioni tipiche sono

$$a = 0.9'' = 2.29 \text{ cm}$$

$$b = 0.4'' = 1.02 \text{ cm}$$

$$\Rightarrow \pi \frac{a}{\lambda} = \pi \frac{2.29}{3} < \pi$$

Calcolo della Direttività

1) Potenza irradiata

$$P_r = \iint_{S_e} \frac{1}{2} \underline{E}_e \times \underline{H}_e^* \cdot \hat{z} \, dx \, dy = \frac{P}{2} \quad \text{avendo supposto che}$$

sull'apertura c'è il
modo TE₁₀ si ha

$$\begin{aligned} \frac{P}{2} &= \frac{1}{2Z_{10}} \int_{-\frac{a}{2}}^{\frac{a}{2}} \int_{-\frac{b}{2}}^{\frac{b}{2}} |E_y(x)|^2 \, dx \, dy = \\ &= \frac{b}{2Z_{10}} E_0^2 \int_{-\frac{a}{2}}^{\frac{a}{2}} \cos^2 \frac{\pi}{a} x \, dx = \frac{b}{2Z_{10}} E_0^2 \frac{a}{2} = \frac{ab}{4Z_{10}} E_0^2 \end{aligned}$$

Questa approssimazione di campo di aperture non è l'unica
utilizzata. Bolens per esempio considera valide l'approssimazione
d'onde piane $H_x = -\frac{1}{\eta_0} E_y$ per cui si trova

$$P_r = \frac{ab}{4\eta_0} E_0^2 \quad \Rightarrow \text{risultati meno accurati}$$

2) Intensità di radiazione massima

$$I = r^2 \frac{|E|^2}{2\eta_0} \quad \text{siamo nello spazio libero}$$

$$\underline{E}: \begin{cases} E_\theta \sim j k_0 \frac{e^{j k_0 r}}{2\pi r} \sin \phi \, f_y \\ E_\phi \sim j k_0 \frac{e^{j k_0 r}}{2\pi r} \cos \phi \cos \theta \, f_y \end{cases}$$

$$\text{quindi} \quad I = \frac{r^2}{2\eta_0} (|E_\theta|^2 + |E_\phi|^2) = \frac{k_0^2}{8\eta_0 \pi^2} (\sin^2 \phi + \cos^2 \phi \cos^2 \theta) |f_y|^2$$

La massima direttività corrisponde ancora a $\Theta = 0^\circ$

$$\Rightarrow I_0 = \frac{k_0^2}{8\pi^2\eta_0} |f_y|^2_{\Theta=0} = \frac{a^2 b^2}{\lambda^2} E_0^2 \cdot \frac{2}{\eta_0 \pi^2}$$

In fine si ottiene la direttività massima

$$D_0 = 4\pi \frac{I_0}{P_r} = 4\pi \frac{a^2 b^2 E_0^2 \cdot 2}{\eta_0 \lambda^2 a b E_0^2 \pi^2} \cdot \frac{1}{Z_{10}} = \frac{32}{\pi \lambda^2} \frac{a b}{\eta_0} \frac{Z_{10}}{Z_{10}}$$

$$\text{ma } \frac{Z_{10}}{\eta_0} = \frac{k_0}{\beta_{10}} = \frac{2\pi}{\lambda \beta_{10}}$$

$$\Rightarrow \boxed{D_0 = \frac{64 a b}{\lambda^3 \beta_{10}}} \equiv \frac{64 S}{\lambda^3 \beta_{10}} \Rightarrow \boxed{A_e = \frac{\lambda^2}{4\pi} D_0 = \frac{16 S}{\pi \lambda \beta_{10}}}$$

$$\left[\begin{array}{l} \text{Balanis trova la relazione} \\ \rightarrow \text{meno accurata} \end{array} \quad D_0 = 0.81 a b \frac{4\pi}{\lambda^2} \right]$$

Per l'esempio numerico precedente e:

$$\beta_{10} = \sqrt{k_0^2 - \left(\frac{\pi}{a}\right)^2} \quad \text{per } f = 10 \text{ GHz} \quad - \text{centro banda}$$

$$= 1.58 \cdot 10^{-2}$$

$$S = a \cdot b = 2.33 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$$

$$D_0 = 3.5$$

NOTA se calcolo l'efficienza di apertura con

$$\eta_{Ap} = \frac{A_{eA}}{A_0} = \frac{\lambda^2}{4\pi} D_0 \frac{1}{A_0} = 1.07!!$$

significa che non è molto efficiente la stima del campo di apertura.

Se l'onda partita da campo elettrico e magnetico di apertura, avrei trovato

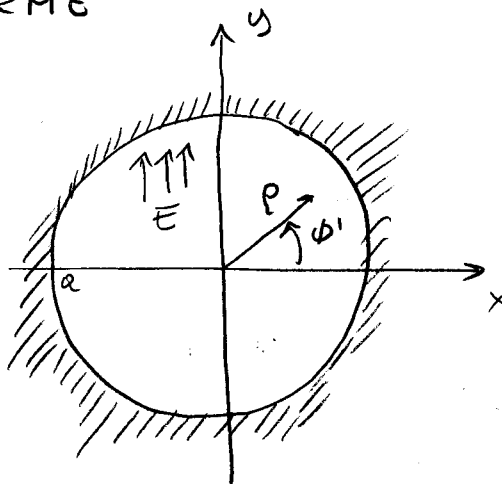
$$D_0 = 3.07 \Rightarrow \eta_{Ap} = 94\% \quad \text{OK}$$

Con l'espressione di Balanis $\Rightarrow D_0 = 2.77$ (meno accurata)

b) Guide Circolare

ILLUMINAZIONE UNIFORME

$$\underline{E}_0 = \begin{cases} E_0 \hat{y} & \rho < a \\ 0 & \rho > a \end{cases}$$



$$f_y = \int_0^{2\pi} \int_0^a E_0 e^{j\tilde{k}_x x + j\tilde{k}_y y} d\alpha$$

in coordinate polari è

$$d\alpha = \rho d\rho d\phi'$$

$$x = \rho \cos\phi'$$

$$y = \rho \sin\phi'$$

l'esponente diventa

$$\begin{aligned} \tilde{k}_x x + \tilde{k}_y y &= \rho k_0 [\cos\phi \cos\phi' \sin\theta + \sin\phi \sin\phi' \sin\theta] \\ &= \rho k_0 \sin\theta \cos(\phi - \phi') \end{aligned}$$

$$f_y = E_0 \int_0^a \int_0^{2\pi} e^{j\rho k_0 \sin\theta \cos(\phi - \phi')} \rho d\rho d\phi'$$

vale l'integrale notevole

$$\int_0^{2\pi} e^{j\gamma \cos\psi} d\psi = 2\pi J_0(\gamma)$$

per cui

$$f_y = E_0 \int_0^a 2\pi J_0(\gamma) \frac{\gamma}{(k_0 \sin\theta)^2} d\gamma$$

$$\gamma = \rho k_0 \sin\theta$$

$$\psi = \phi - \phi'$$

$$d\gamma = d\rho \cdot k_0 \sin\theta$$

$$\Rightarrow d\rho = \frac{d\gamma}{k_0 \sin\theta}$$

$$\Rightarrow f_y = \frac{2\pi E_0}{(k_0 \sin \theta)^2} \int_0^{a k_0 \sin \theta} r J_0(r) dr$$

si ricordano le proprietà delle funzioni di Bessel

$$\frac{d}{dr} (r J_1(r)) = r J_0(r)$$

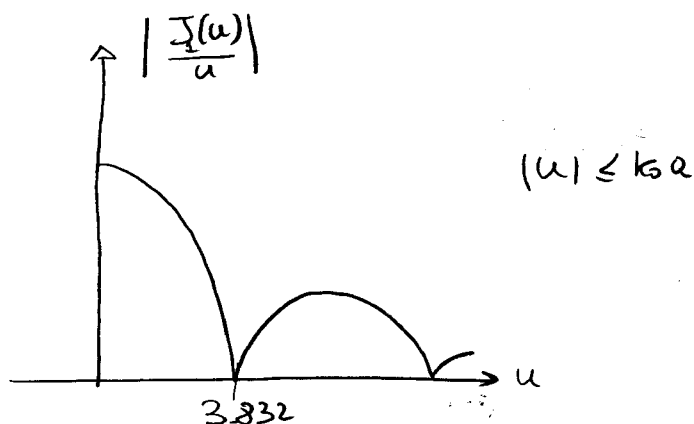
quindi l'integrando è proprio $d(r J_1(r))$

$$\Rightarrow f_y = \frac{2\pi E_0}{(k_0 \sin \theta)^2} \left[r J_1(r) \right]_0^{a k_0 \sin \theta} = \frac{2\pi E_0 a}{k_0 \sin \theta} J_1(k_0 a \sin \theta)$$

$$\text{sia } S = \pi a^2 \text{ e } u = k_0 a \sin \theta$$

$$f_y = 2 S E_0 \frac{J_1(u)}{u}$$

Assomiglia molto al $\sin(u)/u$

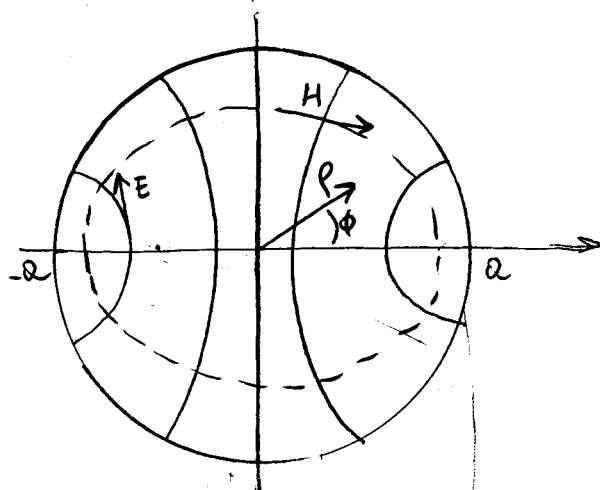


In questo caso il diagramma di radiazione è simmetrico rispetto l'asse dell'apertura.

ILLUMINAZIONE TE11

tipico illuminatore di sistemi
parabolici domestici

$$\begin{cases} E_\rho = \frac{2 \sin \phi}{\rho} J_1(1.84 \rho/a) \\ E_\phi = \frac{2a \cos \phi}{1.84} \frac{d}{d\rho} J_1(1.84 \rho/a) \end{cases}$$



Bisogna riscrivere l'espressione del campo
d'apertura in coordinate rettangolari

$$\begin{cases} E_x = J_2(1.84 \rho/a) \sin 2\phi \\ E_y = J_0(1.84 \rho/a) - J_2(1.84 \rho/a) \cos 2\phi \end{cases}$$

avendo usato le
relazioni di
ricorrenza delle
funzioni di Bessel

$$\frac{d}{du} J_m(u) = \frac{1}{2} [J_{m-1}(u) - J_{m+1}(u)]$$

$$\frac{u}{J_m(u)} = \frac{1}{2} [J_{m-1}(u) + J_{m+1}(u)]$$

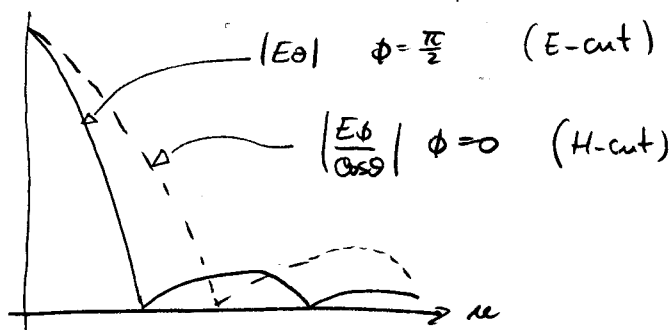
Avendo integrato i campi di apertura e trovato E_x o E_y , i campi
contenuti in ciascuna area:

$$\begin{cases} E_\theta \approx j \frac{k_0}{r} e^{i k_0 r} 2a^2 \sin \phi \frac{J_2(1.84)}{1.84} \cdot \left(\frac{J_2(u)}{u} \right) \\ E_\phi \approx \frac{j k_0}{r} e^{i k_0 r} 2a^2 \cos \phi \cos \theta \left[\frac{1.84 J_1(1.84)}{1.84^2 - u^2} \frac{d J_1(u)}{du} \right] \end{cases} \quad u = k_0 a \sin \theta$$

$\phi = \frac{\pi}{2}$ (E-plane) (E_θ) - steno esattamente del caso di illuminazione uniforme

$\phi = 0$ (H-plane) (E_ϕ) - andamento molto simile a quello nel piano H
della guida rettangolare con TE₁₀

$$D_0 = \frac{66 \pi a^2}{\beta \lambda_0 \lambda_0^2}$$



TROMBE (horn)

fine 1800 : primi studi

1930s : grande sviluppo durante la II guerra mondiale

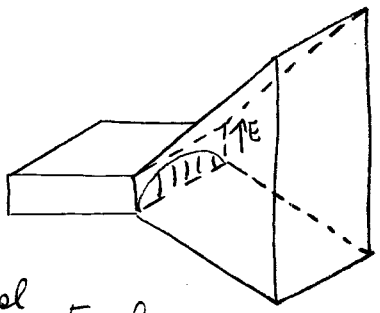
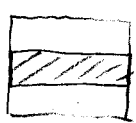
Caratteristiche:

- buon guadagno (10-20dB)
- banda elevata
- facilità di realizzazione

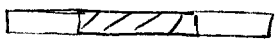
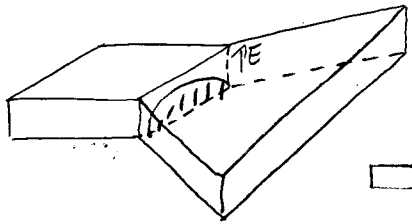
Utilizzo

- feed di antenne e riflettore
- radiatore elementare di array di elevate prestazioni
- sistemi di misura per antenne ed elevate direttività

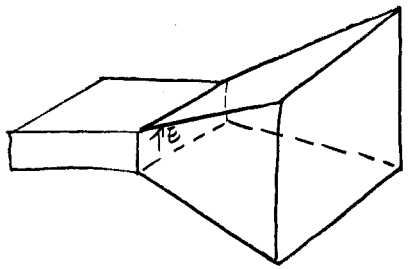
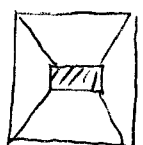
Esistono quattro geometrie base:



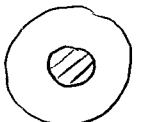
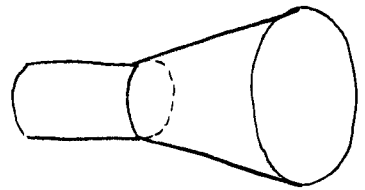
Sectoral E-plane



H-plane



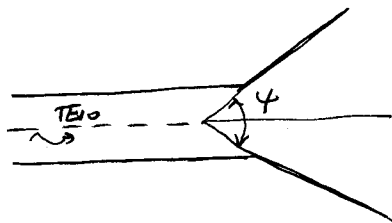
Pyramidal



Conical

Sono ottenute da una guida d'onda rettangolare e crescono aumentando l'area delle bocche al fine di aumentare la direttività.

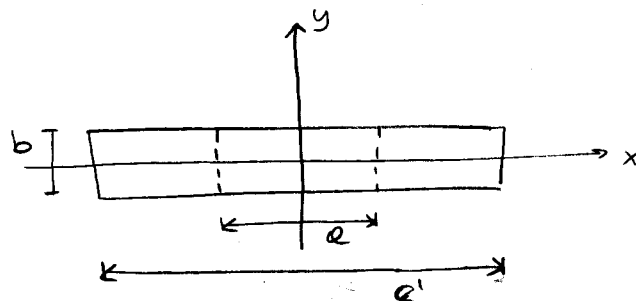
Il parametro importante è l'angolo di FLARE (svasatura)



H-plane Horn

Per applicare il formalismo delle antenne ed aperture bisogna fare qualche ipotesi sul campo di bocca.

Per angoli di flare φ non troppo elevati, si può assumere che non ci sia deformazione del TE_{10} che alimenta la horn



$$\begin{aligned} E_z (horn) : & \begin{cases} E_y = E_0 \cos \frac{\pi}{a'} x \quad \otimes \\ H_x = -\frac{E_y}{\eta_0} \end{cases} & \begin{aligned} a &\leftarrow a' \\ Z_g &\leftarrow \eta_0 \end{aligned} \end{aligned}$$

infatti $k_z = \sqrt{k_0^2 - \left(\frac{\pi}{a}\right)^2} = k_0 \sqrt{1 - \frac{\pi^2}{a^2 k_0^2}} = k_0 \sqrt{1 - \frac{\lambda^2}{4a^2}}$

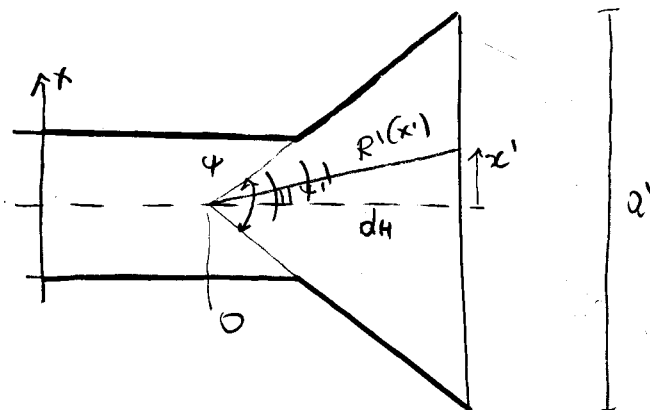
se l'apertura è sufficientemente larga ($a' \gg \lambda$) allora

$$Z_{10} = \frac{k_0}{\beta_{10}} \eta_0 \quad k_z \rightarrow k_0 \quad e \quad Z_g \rightarrow \eta_0$$

$\otimes$ il campo di apertura è ancora considerato come equifase (in tal caso si ha la massima direttività)

In realtà, le fase del campo sulle bocche non sarà uniforme

La differenza di fase tra un qualunque punto sull'apertura (R') e un punto che si trova lungo l'asse (d_H) è data da



$$R' - d_H = \sqrt{x'^2 + d_H^2} - d_H \quad | \times k_0$$

(si è supposto che dal punto O siano generate delle onde cilindriche - modello a guida radiale)

$$\Delta\phi = k_0(\sqrt{x'^2 + d_H^2} - d_H) = k_0 d_H \left(\sqrt{\left(\frac{x'}{d_H}\right)^2 + 1} - 1 \right) \approx k_0 d_H \left(1 + \frac{1}{2} \frac{x'^2}{d_H^2} - 1 \right) = \frac{1}{2} k_0 \frac{x'^2}{d_H}$$

per angoli di fase non troppo grandi

Il campo elettrico di apertura si scrive

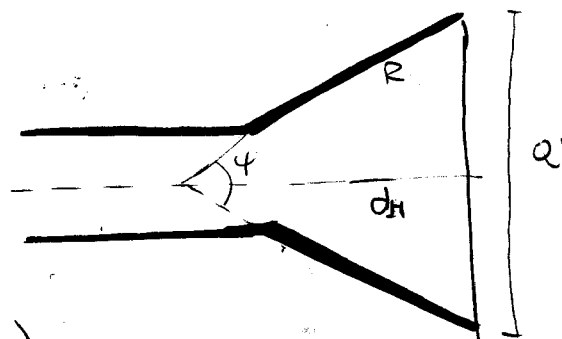
$$E_{ye} = E_0 \cos \frac{\pi x}{q'} \times \underbrace{e^{-j \frac{k_0 x'^2}{2 d_H}}}_{\text{correzione quadraticca di fase}}$$

Si può normalmente poi applicare la trasformata di Fourier

Per avere una direttività elevata, conviene che il campo di apertura sia il più possibile uniforme.

Le condizioni che si cerca di rispettare è che

$$k_0 [R - d_H] \leq \frac{\pi}{4} \Rightarrow \text{condizione su } \phi \text{ e } a'$$



$$\frac{q'}{2} = R \sin \frac{\phi}{2} \Rightarrow R - d_H = R (1 - \cos \frac{\phi}{2})$$

$$d_H = R \cos \frac{\phi}{2}$$

$$(R - d_H) \leq \frac{\pi}{4 k_0} \Rightarrow R (1 - \cos \frac{\phi}{2}) \leq \frac{\pi}{4 k_0}$$

↑

$$R = \frac{q'}{2 \sin \frac{\phi}{2}}$$

$$\frac{1 - \cos \psi/2}{\sin \psi/2} \leq \frac{\pi}{4k_0 a'}^2 = \frac{\pi}{2 \cdot 2\pi a'} \lambda = \frac{\lambda}{4a'}$$

$$\frac{1 - \cos \frac{\psi}{2}}{\sin \psi/2} = \frac{2 \sin^2 \psi/4}{\sin 2(\frac{\psi}{2})} = \frac{2 \sin^2 \psi/4}{2 \sin \frac{\psi}{2} \cdot \cos \frac{\psi}{2}} = \frac{\sin \frac{\psi}{2}}{\cos \frac{\psi}{2}} = \tan \frac{\psi}{2}$$

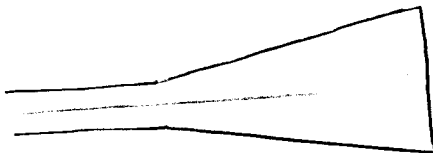
quindi

$$\tan \frac{\psi}{2} \leq \frac{\lambda}{4a'}$$

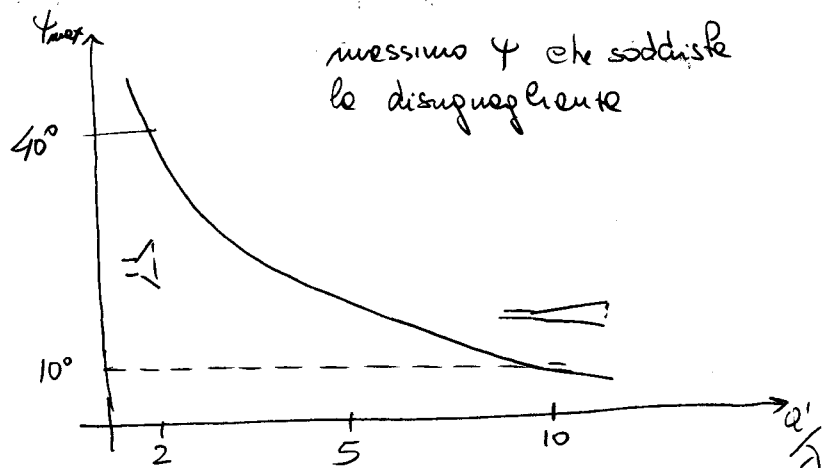
In queste condizioni posso ancora avere le fronti dell'apertura uniforme.

per a' grandi
bisogna fare l'angolo
di fase piccolo

non sempre



Condizione per avere una fase quasi costante sull'apertura e utilizzare quindi le formule della guida d'onda (massimo guadagno)



massimo ψ che soddisfa
la disuguaglianza

DIRETTIVITA

Si può usare l'espressione trovata per le guide d'onda tronche sostituendo

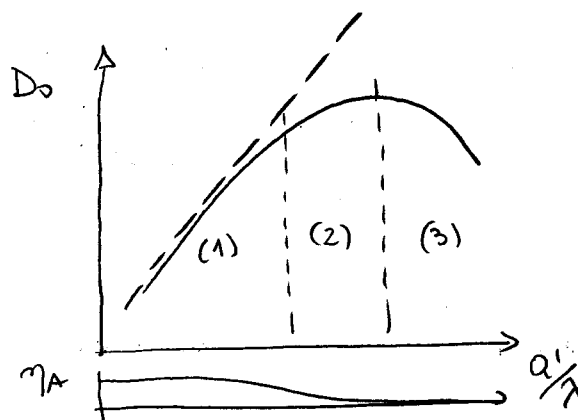
$$a \leftarrow a' \quad e \quad k_z \leftarrow \gamma_0$$

$$D_{\text{guide}} = \frac{64ab}{\beta_{10} \lambda^3}$$

$$D_{\text{H-horn}} = \frac{64a'b}{k_0 \lambda^3} = \frac{64a'b}{2\pi \lambda^2} = 10.2 \frac{a'b}{\lambda^2}$$

Diagramma di radiazione simile a quello di una guida tronca

Dall'espressione precedente della direttività, ci si aspetterebbe che, fissate le lunghezze delle horn, la direttività aumenti indistintamente con a' . In realtà c'è il seguente andamento



Ma almeno che la curva è sempre meno lineare, diminuendo l'efficienza di apertura

- (1) c'è una dipendenza quasi lineare finché la differenza di fase massima nell'apertura è $k_0(R-d_H) \leq \pi/4$ e la direttività è ancora ben calcolata dalla formula precedente

- (2) la differenza di fase è più grande e quindi l'interferenza costruttiva nel broadside risulta degradata. Il valore massimo di direttività si ottiene quando

$$\Delta\phi = k_0(R-d_H) \approx \frac{3}{4}\pi \Rightarrow a'_{opt} = \sqrt{3d_H\lambda}$$

$$[\text{in fatti si era trovato } k_0(R-d_H) \approx \frac{k_0 x^2}{2d_H} |_{x=a'/2}]$$

In tal caso non si può più utilizzare la precedente formula di direttività, che considera un campo di apertura equifase, bensì

$$D_0 = 10.2 \frac{a'b}{\lambda^2} \left(\frac{1}{1.3} \right)$$

circa -1.0 dB di attenuazione rispetto ad una apertura equifase

tiene conto del degrado di direttività rispetto al caso equifase.

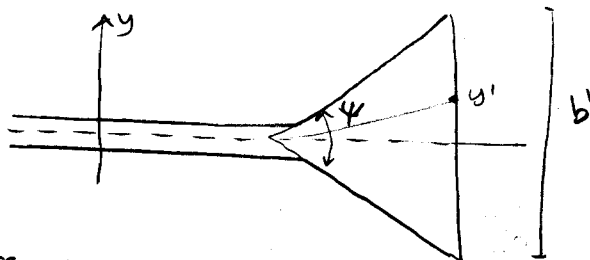
→ in altri termini viene ridotta l'efficienza d'apertura

E-plane horn

Ragionamento analogo alle H-plane horn

$$\tan \frac{\psi}{4} \leq \frac{\lambda}{4b'}$$

in questa condizione
si può ancora trascurare
la variazione di fase
nell'apertura ai fini del
calcolo della direttività.



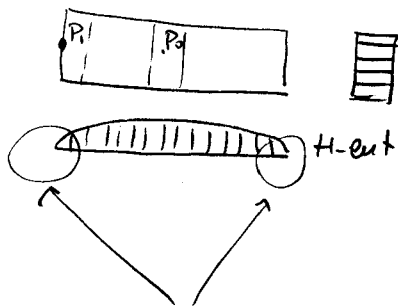
Per una horn di lunghezza finita, la massima
direttività si ottiene aumentando ψ fino a tollerare un errore di fase
massimo di $\frac{1}{2}\pi$. In tal caso

$$D_E = \frac{10.2 a b'}{\lambda^2} \cdot \frac{1}{1.25}$$

$$b_{opt} = \sqrt{2\lambda D_E}$$

circa 1.0 dB di attenuazione rispetto
al caso di aperture equifase.

NOTA : nel caso di H-plane horn, l'errore di fase tollerato è più
alto rispetto al caso E-plane perché in nell'H-plane
il campo di apertura va a zero sulle estremità e quindi
però meno l'errore di fase. Nell'altro caso il campo di
apertura è costante



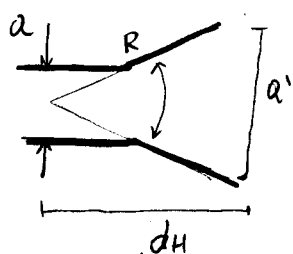
in questi punti il campo va a zero, e quindi anche
se la differenza di fase tra due punti P_1 e P_2
(come in figura) è grande, l'ampiezza in P_1 è
piccola e quindi contribuisce poco al fenomeno
di interferenza

All'ora di fare quadrature è ancora una riduzione di guadagno, sia nelle configurazioni E-plane e H-plane, illustrate nel grafico seguente

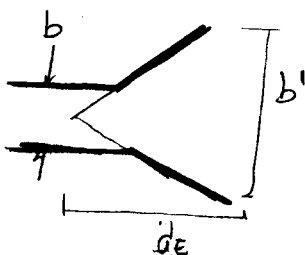
L_E : riduzione del guadagno (in dB) per effetto dell'ora di fase nell'apertura (rispetto a considerare il campo E_0 equifase)

Loss figure

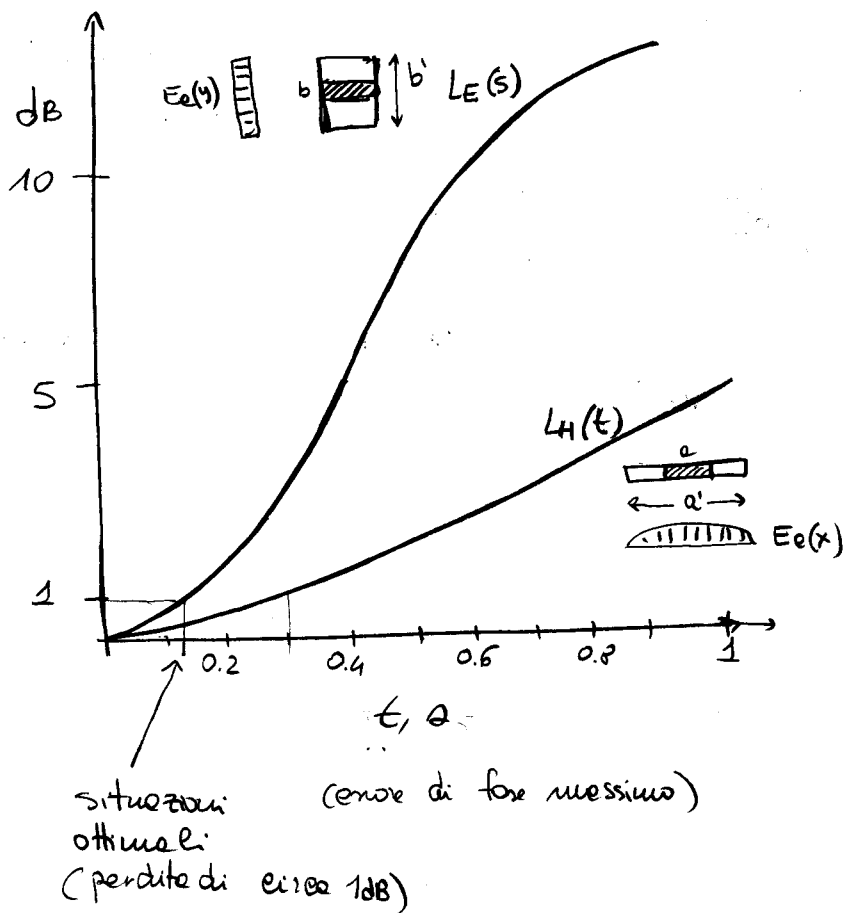
sono legate all'efficienza di apertura



$$t \triangleq \frac{R - d_H}{\lambda} \approx \frac{a'^2}{8\lambda d_H}$$



$$\Delta \triangleq \frac{R - d_E}{\lambda} \approx \frac{b'^2}{8\lambda d_E}$$



Questo grafico è molto importante in fase di progettazione.

Posso infatti usare sempre le formule di direttività per aperture rettangolari equifase e posso di sottrarmi, in dB, L

$$D_{\text{horn}} = D_0 - L_{E,H}$$

Horn Piramidali

Flessibile sia sul piano E che sul piano H

Stesse considerazioni: avendo fissato la lunghezza delle horn, a' e b' vanno scelte per avere la massima direttività in modo che

su H-piano : max fase enor $\frac{3}{4} \pi = k_0(R-d_H)$

su E-piano : $\frac{1}{2} \pi = k_0(R-d_E)$

La direttività ottimale si scrive come:

$$D_p = 10.2 \frac{a' b'}{\lambda^2} \frac{1}{1.3} \frac{1}{1.25} \approx 6.3 \frac{a' b'}{\lambda^2}$$

↑ ↑
perdite di guadagno per effetto delle fessure
quadriretiche

Per tenere conto, in generale, delle perdite di direttività per effetto dell'errore di fase nell'apertura, si usa la seguente formula

$$D_p(\text{dB}) = 10 \left[1.008 + \log_{10} \left(\frac{a' b'}{\lambda^2} \right) \right] - (L_E + L_H)$$

aperture equifase con TE₁₀

degrado dovuto alla non equifase

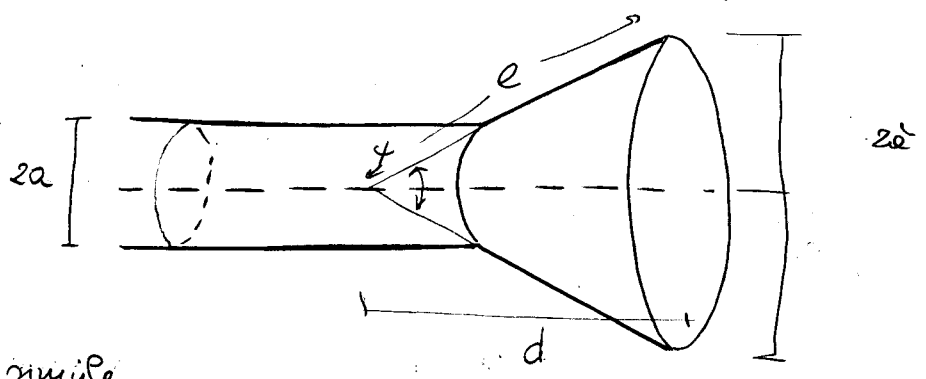
Efficienza d'apertura dell'ordine del 50-60%
(nel caso di aperture con guadagno ottimale)

→ Asimmetria emil del ML

incompatibilità con guide d'onda rettangolari

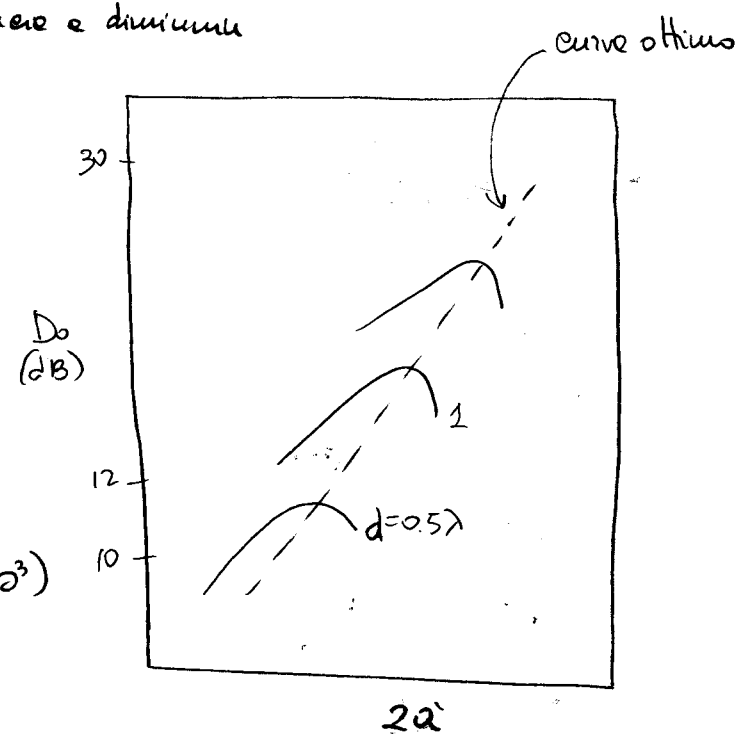
HORN CONICHE

E' alimentato da
una guida circolare



Il comportamento è simile
a quello di una horn piramidale

All'aumentare dell'angolo di flare, la direttività (per una
specifica lunghezza) aumenta finché raggiunge
un valore massimo. Poi comincia a diminuire
per il degrado dovuto
all'errore di fase nel campo
di aperture



$$D_0 (dB) = 10 \log_{10} \left(\frac{C}{\lambda} \right)^2 - L(s)$$

$$C = \pi a^2$$

$$L(s) = (0.8 - 1.71s + 26.25s^2 - 17.73s^3)$$

$$s = \frac{d}{8\lambda l}$$

termini di correzione per tener conto
dell'errore di fase

La direttività ottimale si ha per la seguente
relazione tra diametro e lunghezza e

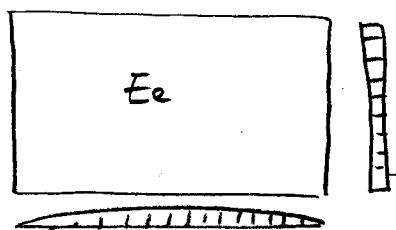
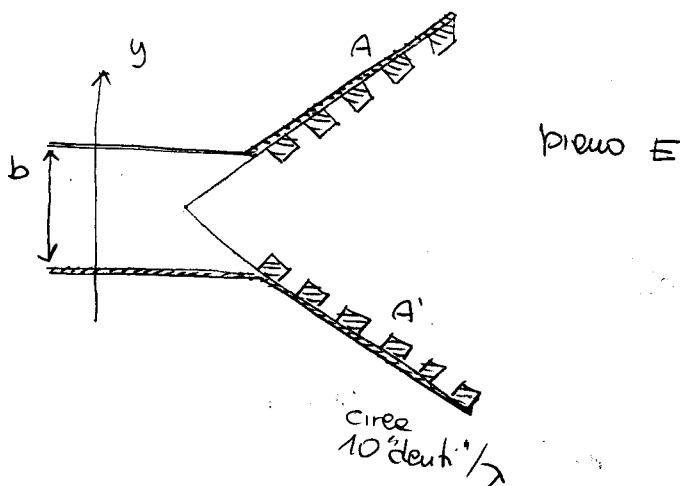
$$2a'_{opt} \approx \sqrt{3\lambda l}$$

(max onore di fase $\frac{3}{4}\pi$)

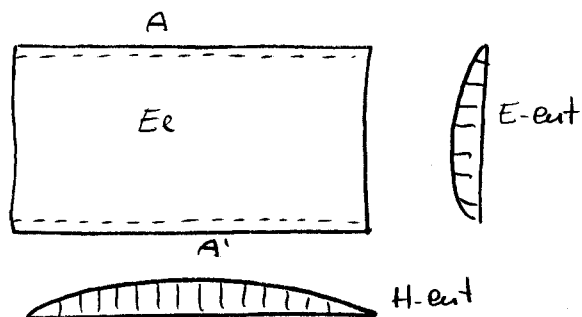
HORN CORRUGATE

← riduzione delle discontinuità nel piano E

- Simmetria eniale del foro
 - piano E $\equiv$ piano H
- riduzione SL
(attenuazione dell'effetto di bordo)
- bene cross-polarization



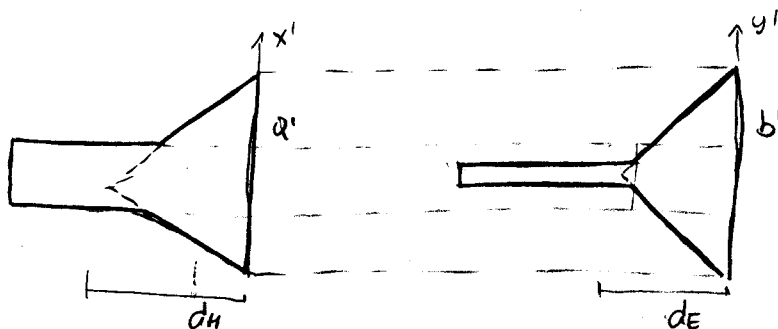
senza corrugazioni



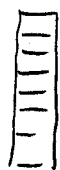
con corrugazioni nel piano E

Le pareti A e A' forniscono una condizione al contorno che non è più $\hat{n} \times \underline{E} = 0$ ma di tipo ibrido (tipo impedenza superficiale). Le componenti di campo elettrico può quindi entrare ed annullarsi in corrispondenza di A e A' e allora il pattern di E_e nel piano E sarà simile a quello nel piano H

$$E_y(x, y) = E_0 \cos\left(\frac{\pi}{a} x\right) \cos\left(\frac{\pi}{b} y\right) e^{-j k_0 \left(\frac{x^2}{2a} + \frac{y^2}{2b}\right)}$$

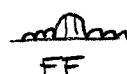
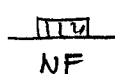


Con queste soluzioni viene notevolmente ridotta la discontinuità sul bordo sull'E-cut



NB

Ricorda che

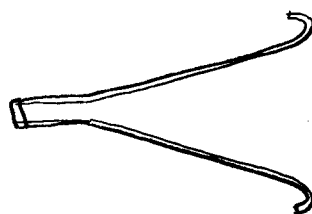


Di conseguenza diminuisce il livello dei lobi secondari (come effetto del doppio tapering) e il lobo principale si allarga (aumento del BW).

La coniugazione va normalmente fatta solo sul piano E perché è in quel piano che c'è una maggior discontinuità del campo di apertura.

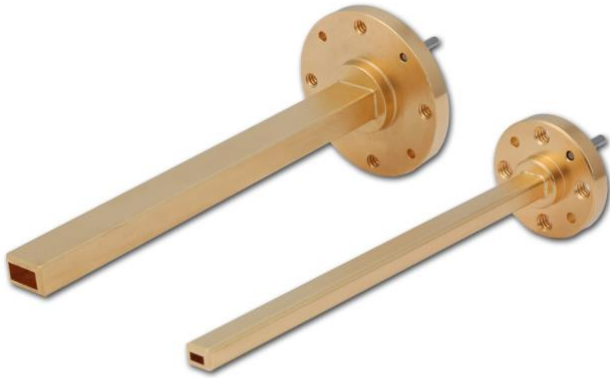
APERTURE MATCHED HORN

I bordi delle bocche delle horn vengono ripiegati e arrotondati in modo da ridurre le discontinuità.



- più graduale passaggio tra campo guidato e campo irradato
- riduzione dei lobi secondari
- soluzione più economica rispetto alle horn coniugate.

WAVEGUIDE AND HORN ANTENNAS



OTTICA GEOMETRICA

Formulazione per analizzare l'interazione tra campi elettromagnetici e strutture molto grandi. Le sorgenti che generano il campo è normalmente considerate nel campo lontano delle strutture

- antenne e riflettori (parabole)
- propagazione in ambiente urbano.

1) Il campo elettromagnetico si propaga per onde localmente piane

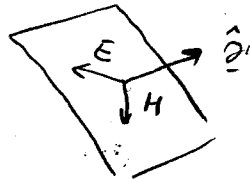
2) la propagazione emette lungo traiettorie dette raggi ($\hat{s}$)

3) si definisce fronte d'onda la superficie equifase del campo

4) i raggi sono ortogonali ai fronti d'onda

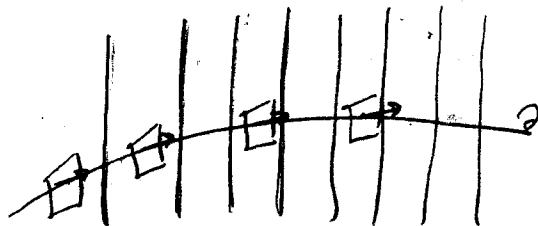
$$\underline{E} = \frac{1}{\eta_0} \underline{H} \times \hat{s}$$

5) in mezzi omogenei le traiettorie sono rettilinee



6) in mezzi non omogenei le traiettorie possono essere curve

$$n(r) \quad n = \sqrt{\epsilon_r}$$



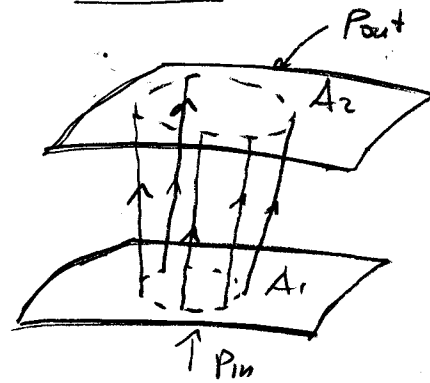
metà e indice di rifrazione variabile

7) un insieme di raggi individua un tubo di flusso.

- La potenza si conserva entro un tubo di flusso

$$P_{in} = P_{out}$$

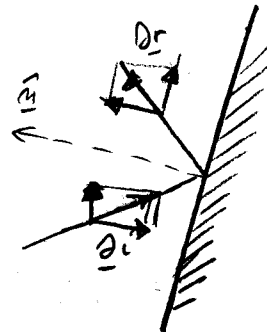
- cambia invece la densità di potenza dentro un tubo di flusso in ragione della sezione
- il campo non cambia di potenziale entro un tubo di flusso



8) quando un raggio (tubo) incontra una superficie perfettamente conduttrice, viene riflesso secondo le leggi di Snell.

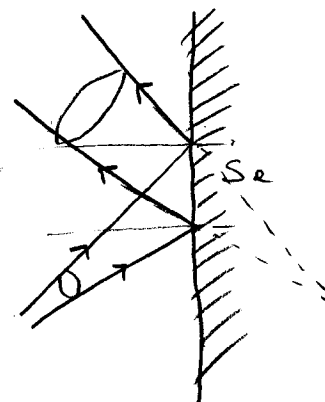
$$\hat{r} = \hat{i} - 2(\hat{n} \cdot \hat{i}) \hat{n}$$

- componente normale cambia di segno
- componente tangente si conserva



- Il tubo di flusso ^{reale} si allunga (se la superficie è piena)
- Il tubo incidente e riflesso hanno la stessa sezione di incidenza se

Se la superficie è curva si hanno tubi riflessi di forme diverse



Il tubo riflesso proviene dall'immagine dello sorgente reale

9)

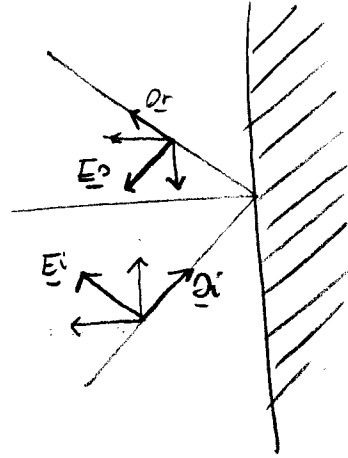
Il campo elettrico, durante la riflessione, è soggetto alla seguente legge

$$\underline{E}_r = -\underline{E}_i + 2(\hat{n} \cdot \underline{E}_i) \hat{n}$$

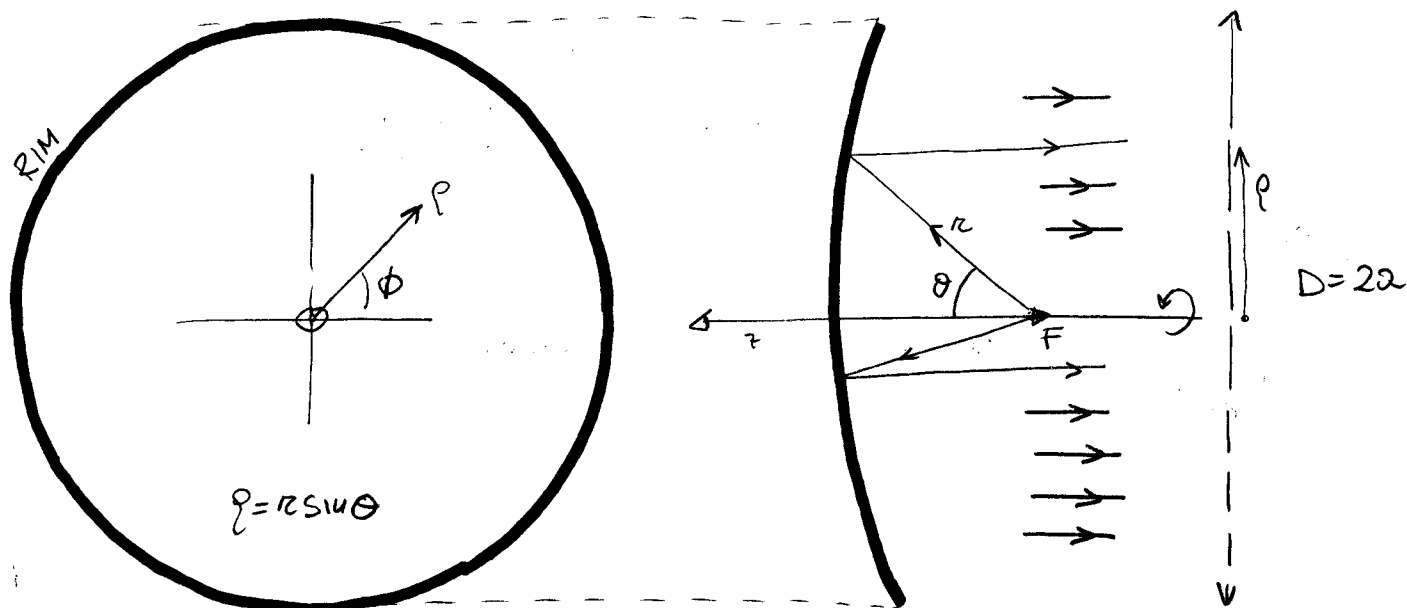
$$\rightarrow \underline{E}_{r\perp} = \underline{E}_{i\perp}$$

$$\underline{E}_{r\parallel} = -\underline{E}_{i\parallel}$$

Si ha quindi un
cambiamento di polarizzazione
per riflessione.



RIFLETTORE PARABOLICO



(ρ, θ) coordinate di apertura

Si consideri un paraboloide di rotazione attorno all'asse z .
 Vale la seguente proprietà. I raggi che provengono dal
 fuoco della parabola ed incidono su di essa, vengono
 riflessi tutti paralleli all'asse. Quindi in onde sfere
 con origine nel fuoco, viene trasformate in onde piane.

Si suppone che il feed, che alimenta la parabola, sia
 posto a grande distanza dalla parabola (sia cioè lecita
 l'approssimazione di campo lontano) $r \gg \frac{2D^2}{\lambda}$

L'equazione della parabola in coordinate polari, riferite al fuoco,
 è:

$$r = \frac{2f}{1 + \cos \theta}$$

Nel fuoco si trova un illuminatore puntiforme di intensità di radiazione $I_F(\theta, \phi)$

La densità di potenza che incide sul riflettore è

$$S''(\theta, \phi) = \frac{I_F(\theta, \phi)}{r^2} = \frac{I_F(\theta, \phi)}{4f^2} (1 + \cos \theta)^2$$

$$= \frac{\cos^4 \frac{\theta}{2}}{f^2} I_F(\theta, \phi)$$

E' utile anche la seguente rappresentazione che coinvolge solo le coordinate d'apertura:

$$S''(\rho, \phi) = I_F(\theta, \phi) \cdot \frac{16f^2}{(\rho^2 + 4f^2)^2} \quad (*)$$

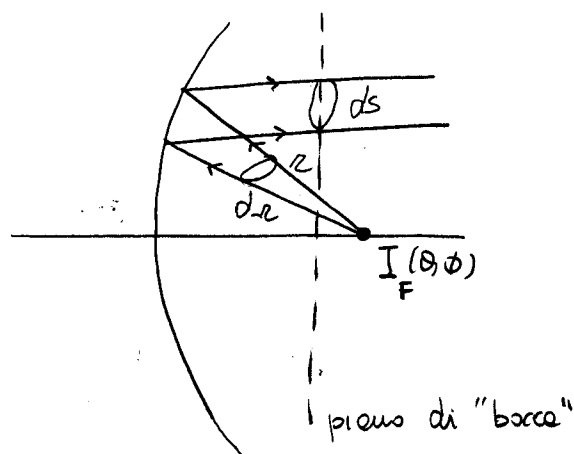
NB

Si può anche usare e studiare il campo su un qualunque piano parallelo alla bocca del paraboloide e poi, per il calcolo del campo esterno si applicherà il metodo dello spettro d'onde piane.

Per la conservazione dell'energia nel tubo di flusso riflettente è

$$I_F(\theta, \phi) d\Omega = S''(\rho, \phi) ds$$

↑ densità
potenza riflettente
nel tubo di flusso
di sezione ds



(*)

Si ottiene ricorrendo $\cos^2 \frac{\theta}{2}$ dell'identità

$$r = \frac{\rho}{\sin \theta} \equiv \frac{2f}{1 + \cos \theta}$$

considerando che

$$\frac{1 + \cos \theta}{2} = \cos^2 \frac{\theta}{2}$$

$$\sin \theta = 2 \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{\theta}{2}$$

elemento di angolo solido
elemento sup. sferico (piano di base)

$$I_F(\theta, \phi) \sin \theta \, d\theta \, d\phi = S^r(\rho, \phi) \rho \, d\rho \, d\phi$$



$$S^r(\rho, \phi) = I_F(\theta, \phi) \sin \theta \frac{d\theta}{\rho d\rho}$$

ma $\frac{d\rho}{d\theta} = \frac{d}{d\theta} (r \sin \theta) = r \cos \theta + r \sin \theta \frac{d\theta/d\theta}{d\theta}$

$$= 2f \frac{\cos \theta (1 + \cos \theta) + \sin^2 \theta}{(1 + \cos \theta)^2}$$

$$= \frac{2f}{1 + \cos \theta} \equiv h$$

quindi $S^r(\rho, \phi) = I_F(\theta, \phi) \sin \theta \frac{1}{\rho \cdot r} = I_F(\theta, \phi) \frac{1}{r^2}$

$S^r(\rho, \phi) = \frac{I_F(\theta, \phi)}{r^2}$	$\equiv I_F(\theta, \phi) \frac{16f^2}{(\rho^2 + 4f^2)^2}$
---	--

Quindi, sebbene la potenza si conservi nel tubo di flusso riflesso, la densità cambia con il seno delle distanze di osservazione e quindi con la posizione sul piano pocone. Ci si aspetta quindi che il "campo di apertura" non sia uniforme.

Si suppone ora per semplicità che il feed sia un radetore isotropo $I_F(\theta, \phi) = g_0$, allora la densità di potenza sull'apertura sarà funzione solo di ρ

$$S^r(\rho)$$

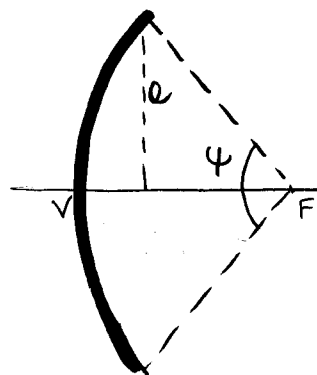
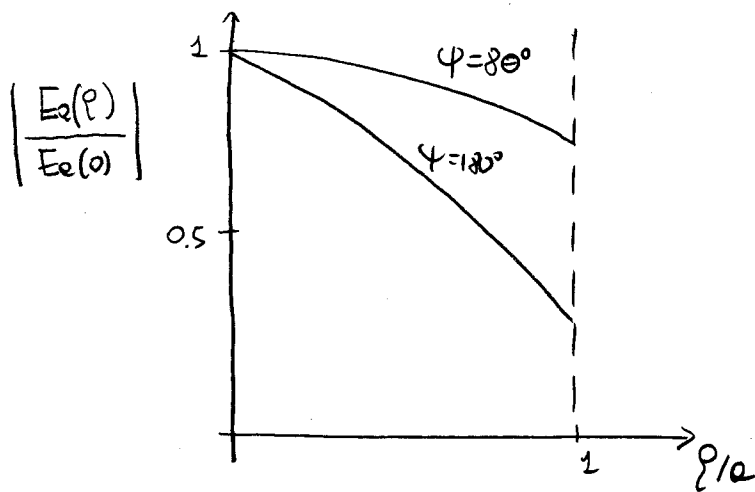
Il modulo del campo d'apertura $E(\rho)$ è proporzionale alla radice quadrata della densità di potenza

$$|E_e(\rho)| \propto \sqrt{S^p(\rho)}$$

→ detta $S^p(\rho=0) = g_0 \frac{16f^2}{16f^4} = \frac{g_0}{f^2}$ la densità di potenza sull'asse,

si considera il rapporto tra il modulo del campo elettrico d'apertura nel punto ρ e il campo elettrico sull'asse ($\rho=0$)

$$\frac{|E_e(\rho)|}{|E_e(0)|} = \frac{\sqrt{S^p(\rho)}}{\sqrt{S^p(0)}} = \frac{4f}{4f^2 + \rho^2} \cdot f = \frac{4f^2}{4f^2 + \rho^2}$$



a : raggio del rinvio

φ : angolo di apertura della parabola

Il modulo del campo di luce diminuisce dal centro verso i bordi ed è tanto meno uniforme quanto più grande è l'angolo di apertura del riflettore.

RIFLETTORE PICCOLO

→ E_e uniforme, poca potenza raccolta

RIFLETTORE GRANDE

→ E_e disomogeneo, grande potenza raccolta

N.B.

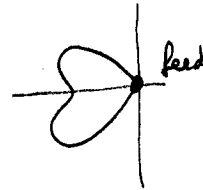
Poiché la direttività del paraboloide, pensato come antenna, ad aperture, aumenta quanto più è uniforme il campo di aperture, il feed reale deve avere un diagramma di radiazione tale da compensare la disomogeneità delle densità di potenza distribuite alle diverse distanze percorse dai raggi che convergono nel fuoco.

Si considera nuovamente la relazione

$$S^r(\theta, \phi) = \frac{\cos^4 \frac{\theta}{2}}{f^2} I_F(\theta, \phi)$$

si ha quindi un'illuminazione uniforme se il feed ha un diagramma che si avvicina a

$$I_F(\theta, \phi) \sim \sec^4 \frac{\theta}{2}$$



Efficienza di Spillover

La capacità del sistema a riflettore di raccogliere la potenza irradiata dal feed, può essere quantificata introducendo il seguente parametro di efficienza

$$\eta_s \triangleq \frac{\text{potenza raccolta dalla parabola}}{\text{potenza irradiata dal feed}} \ll 1 \quad \text{Spillover}$$

In formula

$$\eta_s = \frac{\int_0^{2\pi} \int_0^{\psi/2} I_F(\theta, \phi) \sin \theta d\theta d\phi}{\int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} I_F(\theta, \phi) \sin \theta d\theta d\phi}$$

Sia $D_F = \frac{4\pi I_F(0,0)}{\iint I_F(\theta, \phi) \sin \theta d\theta d\phi}$

direttività massima del feed (nell'asse dello paraboloide)

per cui

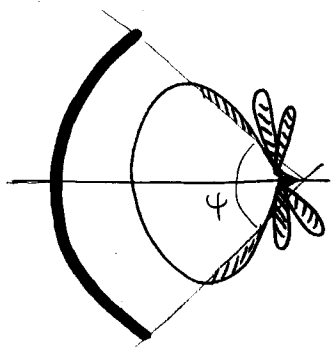
$$\eta_s = \frac{\int_0^{2\pi} \int_0^{\psi/2} I_F(\theta, \phi) \sin \theta d\theta d\phi}{4\pi I_F(0,0) / D_F}$$

infine

$$\eta_s = \frac{D_F}{4\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^{\psi/2} \frac{I_F(\theta, \phi)}{I_F(0,0)} \sin \theta d\theta d\phi \leq 1$$

Come si mostrerà in seguito, valori bassi di spillover comportano alte perdite di guadagno dell'intero sistema radiante paraboloide + feed.

Quanto più il feed è direttivo, maggiore sarà la potenza intercettata dallo paraboloide. (tanto più disomogeneo sarà il campo di apertura)



potenza non raccolta dal riflettore

PRESTAZIONI DEL SISTEMA FEED + PARABOLA

1) Efficienza di Apertura

Si dà una definizione più accurata che tenga conto di polarizzazione e fase:

□ Situazione di riferimento

Apertura con illuminazione uniforme

$$I_0(\theta, \phi) \propto$$

- modulo $|E|$ costante
- fase $\angle E$ costante
- polarizzazione lineare nella direzione u_{θ} (co-polar)

per una qualunque apertura (campo comunque fatto), si definisce efficienza d'apertura:

"il rapporto tra l'intensità di radiazione lungo l'asse dell'apertura, incidente della componente u_{θ} ^(I_x) della polarizzazione (co-polar), e quella che sarebbe prodotta, a parità di potenza incidente, da una apertura con illuminazione uniforme, e campo polarizzato tutto nella "direzione u_{θ} ".

$$\eta_A = \frac{I_x}{I_0}$$

Si dimostra che

$$\eta_A = \eta_F \cdot \eta_i \cdot \eta_x$$

η_i - tiene conto delle disuniformità del modulo del campo di apertura

EFF.
ILLUMINAZIONE

$$\eta_i \triangleq \frac{\left[\int_0^{2\pi} \int_0^a E_z(\rho, \phi) \rho d\rho d\phi \right]^2}{\pi a^2 \int_0^{2\pi} \int_0^a |E_z(\rho, \phi)|^2 \rho d\rho d\phi}$$

E_z : componente di campo co-polare

η_p - tiene conto delle perdite di efficienza per effetto delle differenze di fase

EFF. FASE

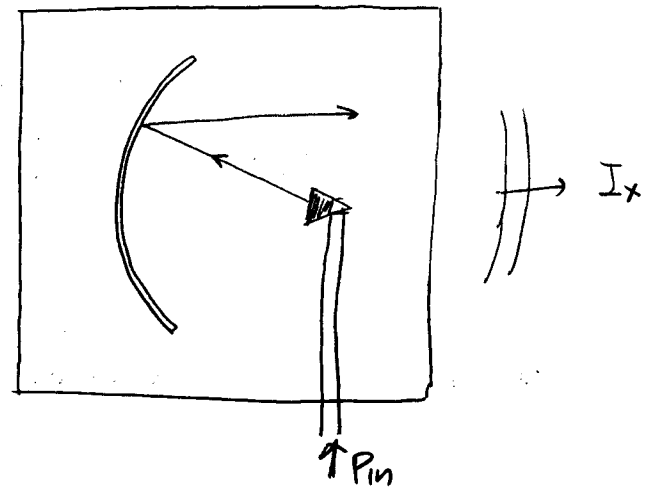
$$\eta_p \triangleq \frac{\left| \int_0^{2\pi} \int_0^a E_z(\rho, \phi) \rho d\rho d\phi \right|^2}{\left[\int_0^{2\pi} \int_0^a |E_z(\rho, \phi)| \rho d\rho d\phi \right]^2}$$

η_x - tiene conto del fatto che solo una parte della potenza disponibile è incanale nella polarizzazione co-polare

EFF.
POLARIZZAZIONE

$$\eta_x \triangleq \frac{\int_0^{2\pi} \int_0^a |E_z(\rho, \phi)|^2 \rho d\rho d\phi}{\int_0^{2\pi} \int_0^a |E(\rho, \phi)|^2 \rho d\rho d\phi}$$

2) Guadagno del Sistema



Il guadagno del sistema feed + riflettore paraboloico è definito come

$$G = 4\pi \frac{I_x}{P_{in}}$$

I_x : intensità di radiazione immediata del sistema e emessa alla componente coassiale

P_{in} : potenza in ingresso al feed

$$I_x = \eta_A I_0$$

I_0 : intensità di radiazione di una antenna con illuminazione uniforme

$$P_F = \eta_F P_{in}$$

potenza immediata del feed
(η_F - efficienza del feed)

$$P_R = \eta_S \cdot P_F = \eta_S \eta_F P_{in}$$

potenza raccolta dalla parabola e re-immediata
(η_S - efficienza di Spillover)

$$\rightarrow P_{in} = \frac{P_R}{\eta_S \eta_F}$$

introducendo nell'espressione del guadagno si ottiene

$$G = 4\pi \eta_A \eta_S \eta_F \frac{I_0}{P_R}$$

le quantità $4\pi \frac{I_0}{P_R} \equiv D_0$ con illuminazione uniforme

represente le direttività di un'apertura avente le stesse dimensioni della bocca del paraboloide, che irradi una potenza complessiva pari a P_R

$$G = \eta_A \eta_S \eta_F D_0$$

L'efficienza del sistema è pertanto

$$\eta = \eta_A \cdot \eta_S \cdot \eta_F$$

Fissate le geometrie delle parabole (η_S fisso), si aumenta il guadagno facendo in modo che

$$\eta_A \rightarrow 1$$

cioè il feed deve essere tale da produrre una illuminazione quanto più uniforme sulla bocca delle parabole.

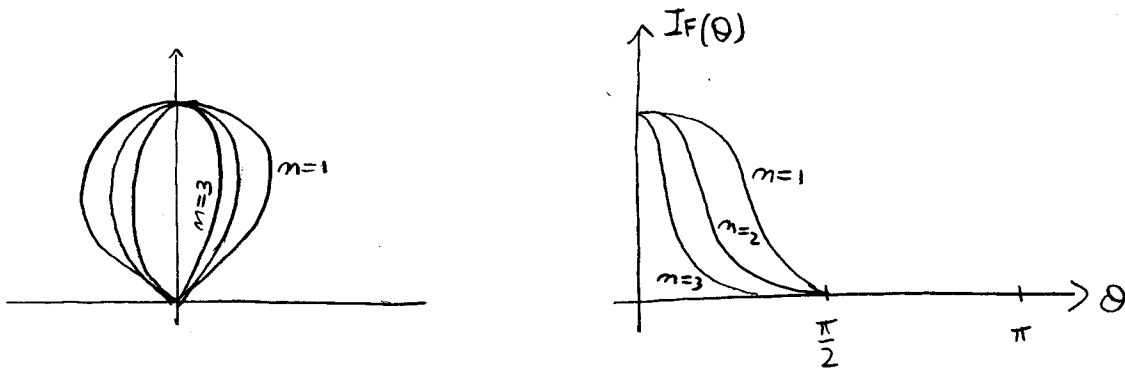
NOTA

Si intuisce che configurazioni che migliorano le η_S possono peggiorare le η_A e viceversa.

Le prestazioni di un sistema a riflettore possono essere descritte considerando il seguente modello semplificato di feed (feed a coseno allo 'u')

$$I_f(\theta) = \begin{cases} 2(n+1) \cos^n \theta & 0^\circ \leq \theta \leq \frac{\pi}{2} \\ 0 & \theta > \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

simmetria
rispetto a ϕ
(beam a sezione
circolare)



L'indice n controlla il beam-width e quindi la direttività

La costante $2(n+1)$ è stata scelta in modo che la potenza totale irradiata dal feed sia 4π

$$P_R = \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi/2} I_f(\theta) \sin \theta d\theta d\phi = 4\pi \equiv 4\pi(n+1) \int_0^{\pi/2} \cos^n \theta \sin \theta d\theta$$

In tal caso, se si calcola la direttività del feed si trova

$$D_f(\theta) = 4\pi \frac{I_f(\theta)}{P_R} = I_f(\theta)$$

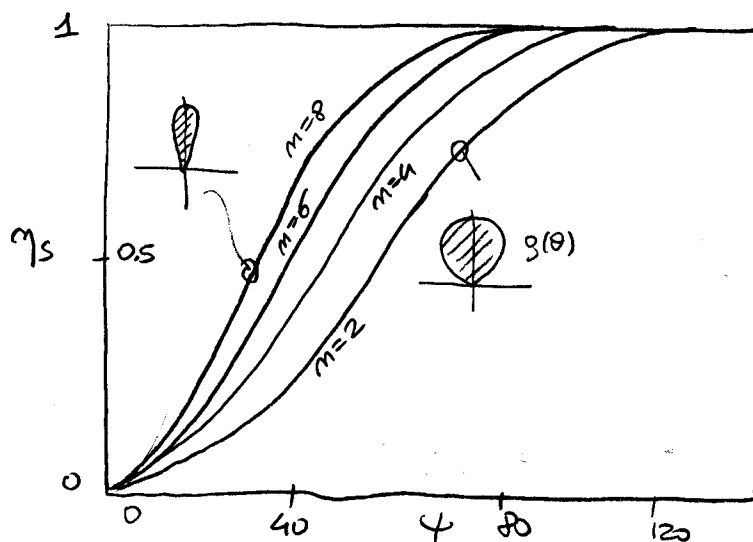
Questo modello di feed semplifica il calcolo delle
vere efficienze

Spillover

$$\eta_s = \frac{D_F(0)}{4\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^{\psi/2} \frac{I_F(\theta)}{I_F(0)} \sin\theta d\theta d\phi = \{D_F(0) = I_F(0)\}$$

$$= \frac{D_F(0)}{4\pi} 2\pi \int_0^{\psi/2} I_F(\theta) \sin\theta d\theta = (u+1) \int_0^{\psi/2} \cos^m \theta \sin\theta d\theta \equiv \eta_s$$

$$\Rightarrow \eta_s = 1 - \left(\cos \frac{\psi}{2}\right)^{n+1}$$



All'aumentare dell'angolo di apertura del riflettore, l'efficienza di spillover tende tanto più rapidamente ad 1, quanto più "m" è alto, cioè per feed più direttivi. Si forse vedere che non succede la stessa cosa per l'efficienza totale.

Efficienza di illuminazione

ere

$$\eta_i = \frac{\left[\int_0^{2\pi} \int_0^a E_z(\rho, \phi) \rho d\theta d\phi \right]^2}{\pi a^2 \int_0^{2\pi} \int_0^a |E_z(\rho, \phi)|^2 \rho d\rho d\phi}$$

che si può anche scrivere come

$$\eta_i = \frac{\left[\int_0^{2\pi} \int_0^a [S^2(\vartheta, \phi)]^{1/2} \varrho \, d\vartheta \, d\phi \right]^2}{\pi a^2 \int_0^{2\pi} \int_0^a S^2(\vartheta, \phi) \varrho \, d\vartheta \, d\phi}$$

$S^2(\vartheta, \phi)$ densità di
potenza
nell'antenna

conviene riportarci all'intensità di radiazione del feed e
riscrivere l'integrale in coordinate sferiche. Per la parabola
si era trovato

$$\varrho = \frac{2f \sin \vartheta}{1 + \cos \vartheta} ; \quad \varrho \, d\varrho = \frac{4f^2 \sin \vartheta}{(1 + \cos \vartheta)^2} d\vartheta \quad (*)$$

$$e \quad S^2(\vartheta, \phi) = I_F(\vartheta) \frac{(1 + \cos \vartheta)^2}{4f^2}$$

Sostituendo nell'espressione dell'efficienza si ha

$$\eta_i = \frac{4f^2}{\pi a^2} \frac{\left[\int_0^{2\pi} \int_0^{\pi/2} I_F(\vartheta)^{1/2} \tan \frac{\vartheta}{2} \, d\vartheta \, d\phi \right]^2}{\int_0^{2\pi} \int_0^{\pi/2} I_F(\vartheta) \sin \vartheta \, d\vartheta \, d\phi}$$

$$\eta_i = \frac{4f^2}{a^2} 2(u+1) \left[\int_0^{\pi/2} (\cos \vartheta)^{\frac{u}{2}} \tan \frac{\vartheta}{2} \, d\vartheta \right]^2$$

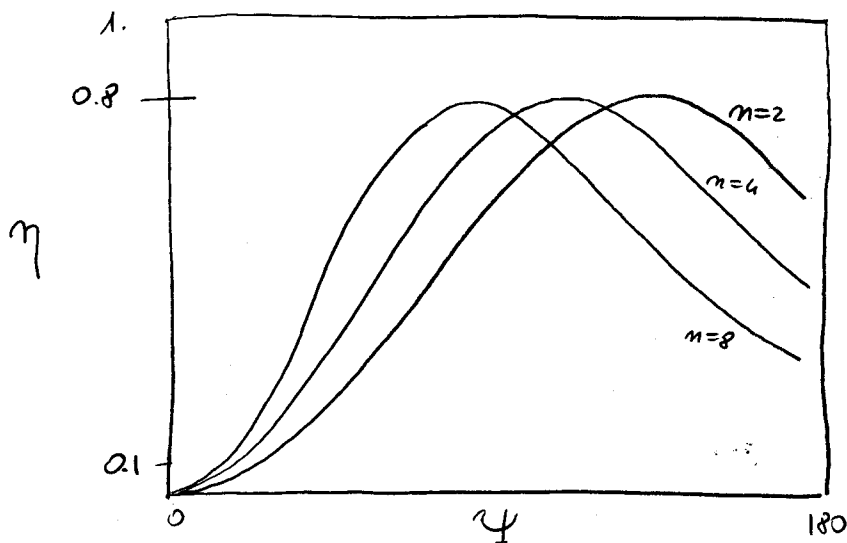
(avendo considerato la proprietà $\cos \vartheta = 2 \cos^2 \frac{\vartheta}{2} - 1$)

Nel caso di n pari, il precedente integrale si
può valutare in forma chiusa.

se infine si ammette, per semplicità, che il campo sulle bocce del riflettore sia poconato linearmente e che sia equifase, allora l'efficiente del sistema è semplicemente

$$\eta = \eta_s \cdot \eta_i \quad \text{e si trova:}$$

$$\eta = \eta_s \cdot \eta_i = \cot^2 \frac{\psi}{4} \left\{ \begin{array}{ll} 24 \left(\sin^2 \frac{\psi}{4} + \ln \cos \frac{\psi}{4} \right)^2 & n=2 \\ 40 \left(\sin^4 \frac{\psi}{4} + \ln \cos \frac{\psi}{4} \right)^2 & n=4 \\ 14 \left[\frac{1}{2} \sin^2 \frac{\psi}{2} + \frac{1}{3} (1 + \cos \frac{\psi}{2})^3 + 2 \ln \cos \frac{\psi}{4} \right]^2 & n=6 \end{array} \right.$$



L'angolo di apertura ottimo si riduce quindi aumentando la direttività (l'ordine) del feed.

Non è possibile ottenere un'efficienza superiore a circa l'80% pur scegliendo in maniera ottimale l'angolo di apertura e l'illuminazione. Infatti le η_i e η_s sono specifiche "in contrasto": per avere un alto spillover il paraboloide deve essere largo riducendo quindi l'uniformità del campo.

di apertura (η diminuisce)

Nei sistemi reali bisogna considerare perdite di efficienza dovute alle polarizzazioni e alla disuniformità di fase.

Valori tipici di efficienza sono $50 \div 70\%$.

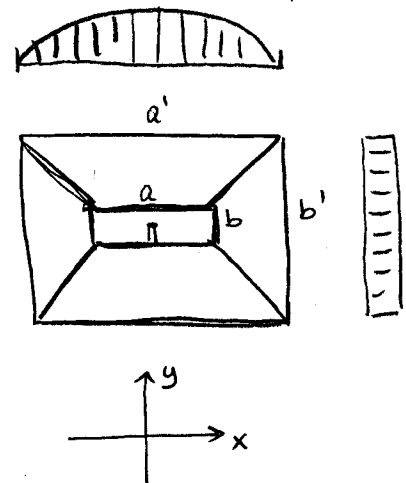
Sistema Parabolico: Alimentazione con feed reale

Si consideri ora un riflettore parabolico illuminato da una hru piramidale posta nel fuoco. Si vuole studiare (calcolare) il campo re-inediato della parabola. Si usano l'ottica geometrica.

- 1) Campo sulla bocca del feed.
Si suppone ci sia solo il TE₁₀

$$E_F = E_0 \cos \frac{\pi}{a'} x \hat{y} \quad (\text{polarizz. verticale})$$

(si è supposto equilatero)



- 2) Campo mediato del feed: è il campo che illumina la parabola

$$E_F^i \approx j k_0 \frac{\bar{e}^{j k_0 r}}{2 \pi r} f_y \cdot (\sin \phi \hat{\theta} + \cos \phi \cos \theta \hat{\phi})$$

- 3) Campo raccolto dalla parabola, cioè incidente su di essa

$$E^i : \begin{cases} E \approx j k_0 \frac{\bar{e}^{j k_0 r}}{2 \pi r} f_y \cdot (\sin \phi \hat{\theta} + \cos \phi \cos \theta \hat{\phi}) \\ r = \frac{z f}{1 + \cos \theta} \end{cases} \quad - \text{equazione della parabola}$$

↗ determinare i valori di ampiezza e fase del campo sul paraboloide.

4) Calcolo del campo riflesso (sulle superficie del riflettore) ← leggi di Snell

$$\underline{E}^r = -\underline{E}^i + 2\hat{\underline{M}}(\underline{E}^i \cdot \hat{\underline{M}})$$

E' necessario conoscere le normali su tutto il paraboloide. Dato $\beta(r, \theta, \phi) = 0$ l'equazione della superficie, allora

$$\hat{\underline{M}} = -\frac{\nabla\beta}{|\nabla\beta|}$$

Il segno (-) individua la normale interna. Nel caso specifico e'

$$\beta = r - \frac{2f}{1+\cos\theta}$$

$$\Rightarrow \hat{\underline{M}} = -\hat{\underline{r}} \cos \frac{\theta}{2} + \hat{\underline{\theta}} \sin \frac{\theta}{2}$$



Il campo riflesso diventa pertanto

$$\left\{ \begin{array}{l} \underline{E}^r \approx -j \frac{k_0}{2\pi r} e^{-jk_0 r} f_y \left\{ \begin{array}{l} \hat{x} \sin\phi \cos\phi (1-\cos\theta) + \\ \hat{y} (\sin^2\phi + \cos^2\phi \cos\theta) \end{array} \right\} \\ \downarrow \\ r = \frac{2f}{1+\cos\theta} \end{array} \right.$$

Questo è il campo che troviamo sulle braccia dell'antenna, dal quale si potrà poi calcolare il campo lontano con l'unico metodo di Fourier.

Non esistono comunque formule analitiche e le trasformate di Fourier va fatte numericamente.

Si nota quindi che, partendo da un campo nell'illuminazione con polarizzazione $\hat{y}$, si è passati ad un campo sulle bocche del paraboloide con polarizzazione $\hat{x}$ e $\hat{y}$.
E' così nota una componente "cross-polar" ($\hat{x}$) che sottrae quindi energia alla componente "co-polare" ($\hat{y}$), con conseguente riduzione dell'efficienza d'apertura.

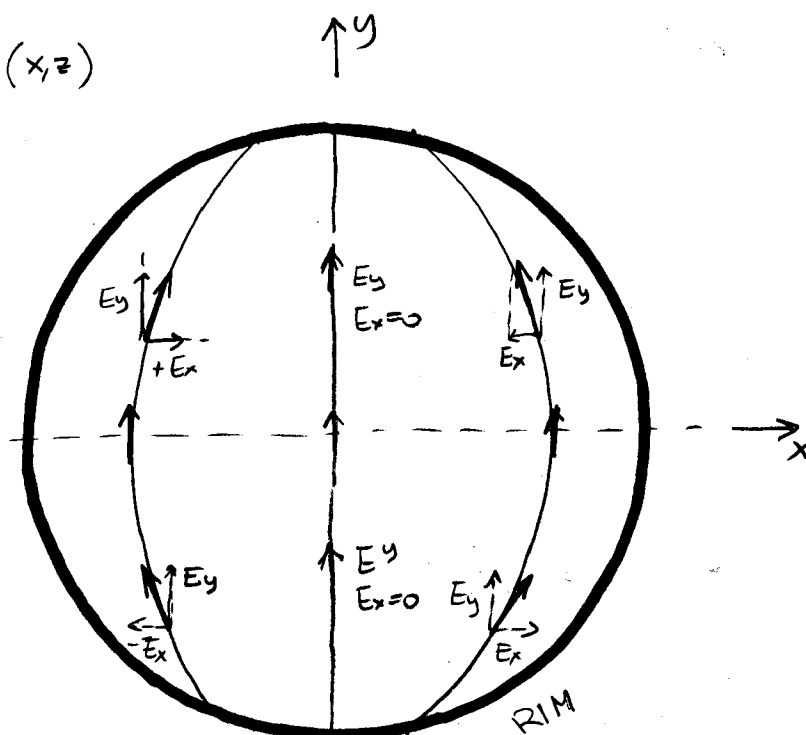
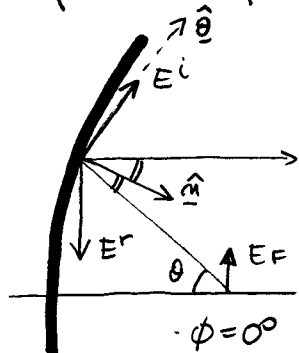
Sul piano $\phi=0$ (x, z)

$$\underline{E}^r \sim -j k_0 \frac{\hat{\phi} j k_0 r}{2\pi r}$$

$$\cdot f_y \cos\theta \hat{y}$$

c'è solo la

componente co-polare



La polarizzazione E_y
cambia di segno

$$\text{Sul piano } \phi = \frac{\pi}{2} (y, z) \quad \underline{E}^r \sim -j k_0 \frac{\hat{\phi} j k_0 r}{2\pi r} f_y \hat{y}$$

c'è ancora la sola co-polare

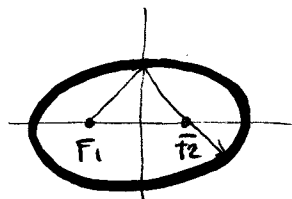
NB || Sui piani a $\pm 45^\circ$ c'è la maggior eccitazione delle componenti cross-polar

SISTEMI A PIU' RIFLETTORI

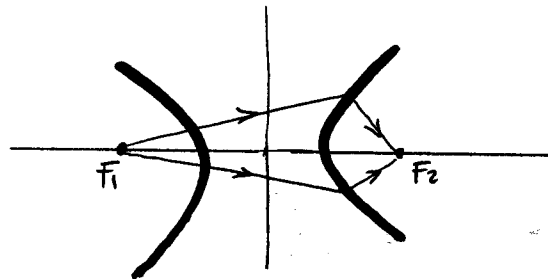
Un sistema a singolo riflettore (parabola) ha come unico grado di libertà la distanza focale. Per meglio controllare l'empirea del campo di apertura si aggiungono ulteriori gradi di libertà legati alla presenza di un RIFLETTORE SECONDARIO, normalmente di dimensioni inferiori a quelle del riflettore principale.

Vengono utilizzate superfici a due fuochi,

- un fuoco coincide con quello della parabola
- un fuoco coincide con la posizione del feed



ellissoide



iperboloido

Con sistemi a doppio riflettore si riesce a:

- i) migliorare l'efficienza di spillover
- ii) migliorare l'efficienza d'apertura
- iii) posizionare il feed in una posizione conveniente

Campo di apertura:

- $|E_2| \Leftarrow$ curvatura del riflettore secondario

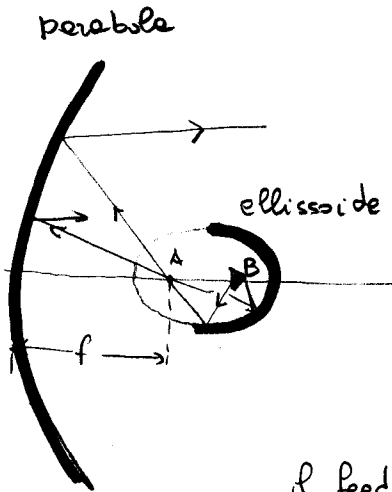
$\angle E_2 \Leftarrow$ curvatura del riflettore primario

Sono usate due classi di configurazioni:

1. SCHEMI GREGORIANI
2. SCHEMI CASSEGRAIN

1) Schemi gregoriani

Così un raggio attraversa entrambe i fuochi. Si usa l'ellissoide come riflettore secondario, con concentricità allacciata alla parabola.

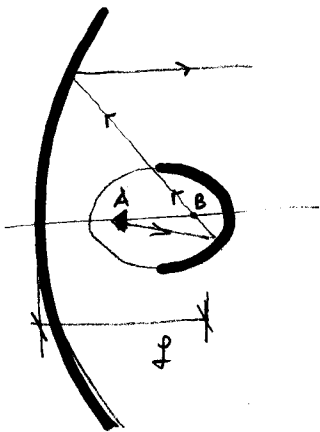


$$A = \begin{cases} \text{fuoco parabola} \\ \text{1° fuoco ellisse} \end{cases}$$

- il primo fuoco dell'ellissoide coincide con quello del paraboloide
- il secondo fuoco coincide con la posizione del feed

il feed "guarda il paraboloide"

⇒ maggiore efficienza di Spillover



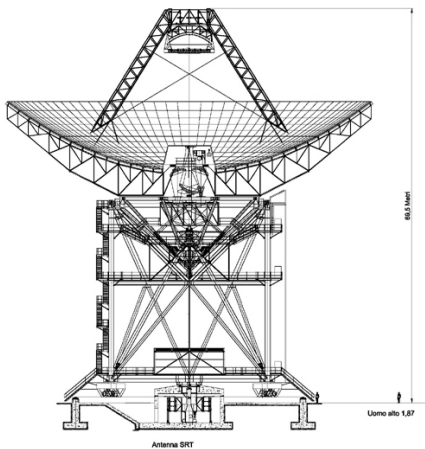
- il secondo fuoco dell'ellissoide coincide con quello del paraboloide

il feed "guarda" l'ellissoide (⇒ riduzione disturbi)

$$B = \begin{cases} \text{fuoco parabola} \\ \text{fuoco ellisse} \end{cases}$$

$$A = \begin{cases} \text{fuoco ellisse} \\ \text{feed} \end{cases}$$

Schemi Gregoriani



Sardinia Radio Telescope
0.3Mhz – 100MHz

Posizione	Pranu Sanguni (CA), Italia
Coordinate	Lat. 39°29'50" N - Long. 09°14'40" E
Ottica	Gregoriana (shaped) + BWG
Frequenze operative	0.3÷100 GHz
Diametro del riflettore parabolico	64 m
Diametro del sub-riflettore ellittico	8 m
Diametro specchi ellittici BWG	2.9÷3.9 m
Ricevitori Multi-beam	22 GHz (7 feeds)
Fuochi disponibili	Primario f/D = 0.33 Gregoriano f/D = 2.34 2 x BWG I f/D = 1.38 2 x BWG II f/D = 2.81
Escursione in elevazione	5°÷90°
Escursione in azimut	± 270°
Escursione in angolo parallattico	± 60°
Velocità di spostamento (vel. vento < 60 km/h)	0.85 °/sec Azimuth 0.5 °/sec Elevazione 10°/sec Angolo parallattico
Accuratezza superficiale (rms da specifiche)	630 micron (superficie passiva) 185÷119 micron (superficie attiva)
Puntamento (rms da specifiche)	11÷1.8 arcsec
Risoluzione	19.5 arcmin/f (GHz)
Guadagno	0.4÷0.7 K/3y
Primi lobi laterali	circa 20 dB sotto al lobo principale
Montatura dei ricevitori	Fuoco primario : posizionatore mobile con 4 alloggiamenti Fuoco gregoriano : cilindro ruotante con 8 alloggiamenti BWG I-II : fissi con 4 alloggiamenti

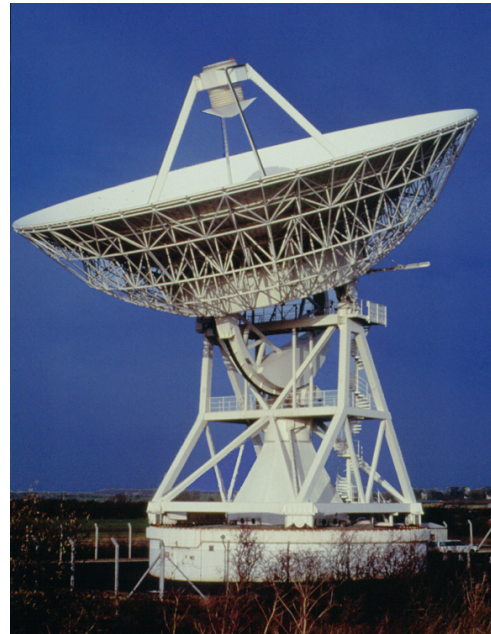
Schemi Gregoriani



Sub-reflector Gregoriano
(Arecibo)



Schemi Cassegrain

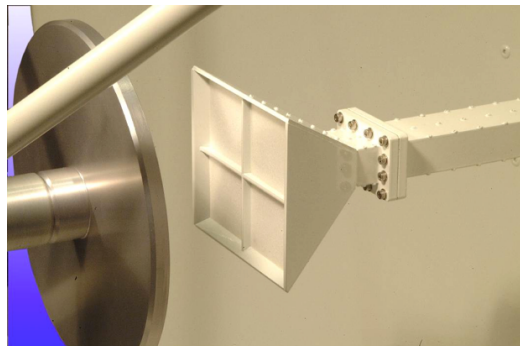


The 32m Radio Telescope at Cambridge.
(Schema Cassegrain)

Schemi Cassegrain



**1.2 m 4 Feed 15.5 to
17 GHz Monopulse
Cassegrain Reflector
Antenna**

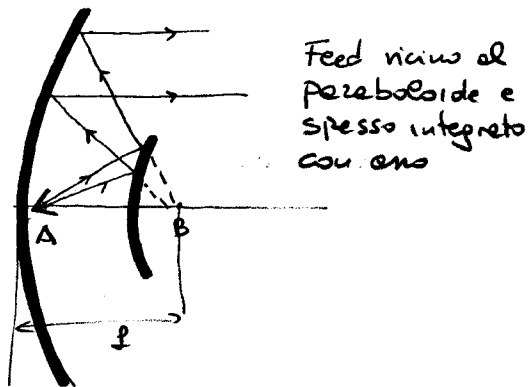


2) Schemi Cassegrain

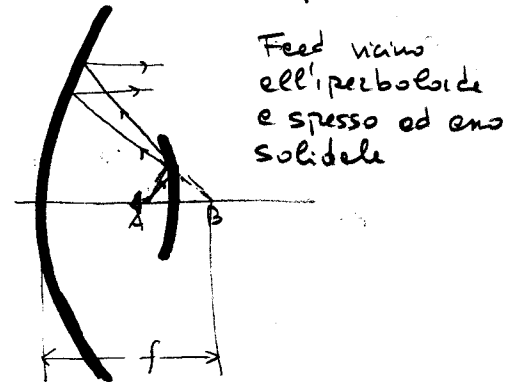
I raggi attraversano in solo fuoco del r. secondario.

Viene usato l'iperboloide

a) ramo destro iperboloidi



b) ramo sinistro iperboloidi



Il punto fuoco dell'iperboloide coincide con la posizione del feed, il secondo fuoco con quello del paraboloide

Con questa configurazione il feed è orientato verso la direzione di propagazione. Se il sistema serve e riceve segnali che vengono dal cielo (terminazione na satellite), allora con questa geometria si riduce il contributo di rumore che viene dal terreno. (utile in RADIOASTRONOMIA)

NB $\Rightarrow$ || permette di ottenere una distanza focale equivalente maggiore ||
|| di quelle fisiche. Segue la spiegazione fisica. $\rightarrow$ ||

□ Concetto di fuoco equivalente e parabola immagine

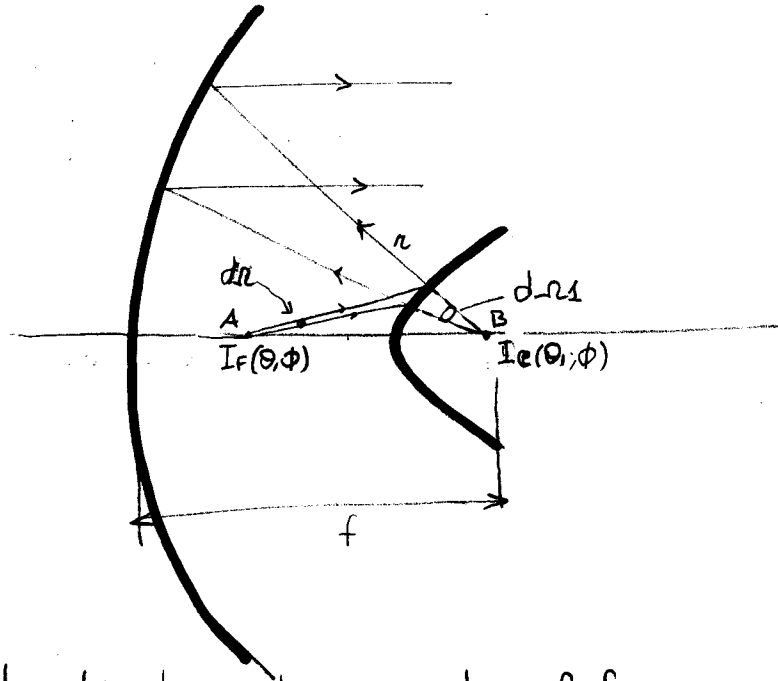
● paraboloide:

$$r = \frac{2f}{1 + \cos\theta}$$

● iperboloido

$$r = \frac{p}{e \cdot \cos\theta + 1}$$

↑
eccentricità



Sia $I_F(\theta, \phi)$ l'intensità di radiazione posta nel fuoco A. La potenza trasportata in un tubo di "flusso" di angolo solido $d\Omega$ è

$$I_F(\theta, \phi) d\Omega$$

I raggi riflessi dell'iperboloido è come se arrivassero dal fuoco B. La conservazione della potenza impone che

$$I_F(\theta, \phi) d\Omega = I_e(\theta_1, \phi) d\Omega_1$$

↑
intensità di radiazione "immagine"
proveniente dal fuoco B

$$I_e(\theta, \phi) = I_F(\theta, \phi) \frac{d\Omega}{d\Omega_1} = I_F(\theta, \phi) \frac{\sin\theta \, d\theta \, d\phi}{\sin\theta_1 \, d\theta_1 \, d\phi}$$

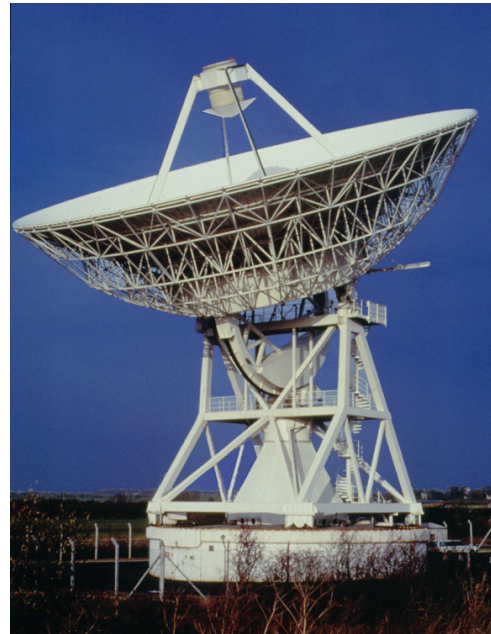
$$I_e(\theta, \phi) = I_F(\theta, \phi) \left(\frac{\partial \nu \theta}{\partial \nu \theta_1} \frac{d\theta}{d\theta_1} \right)$$

termine deformante
dovuto alle curvature

Quindi il riflettore primario vede un feed "immagine" che è deformato rispetto al feed reale.



Schemi Cassegrain

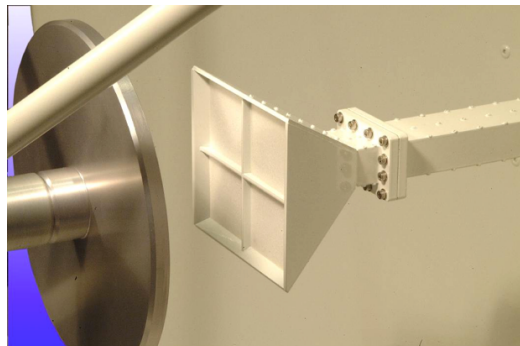


The 32m Radio Telescope at Cambridge.
(Schema Cassegrain)

Schemi Cassegrain

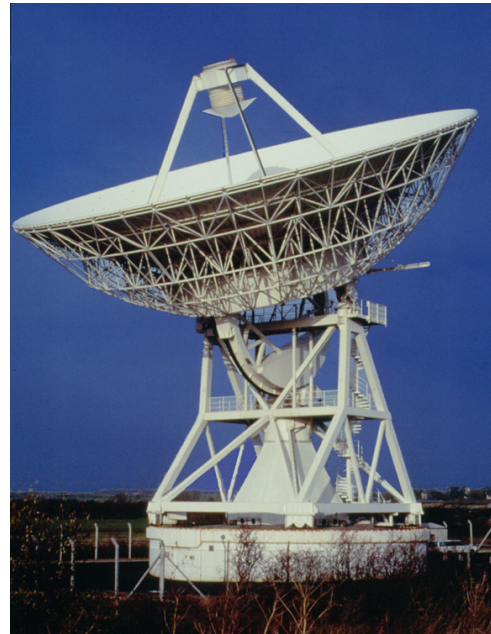


**1.2 m 4 Feed 15.5 to
17 GHz Monopulse
Cassegrain Reflector
Antenna**





Schemi Cassegrain

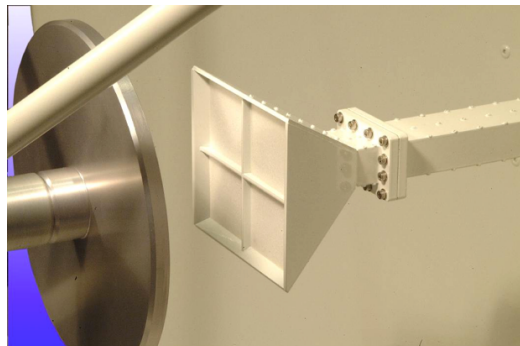


The 32m Radio Telescope at Cambridge.
(Schema Cassegrain)

Schemi Cassegrain



**1.2 m 4 Feed 15.5 to
17 GHz Monopulse
Cassegrain Reflector
Antenna**



Se si va a calcolare la densità di potenza emergente dalla parabola, si ottiene

$$\rho d\rho d\phi S^R(\rho, \phi) = I_e(\theta_1, \phi) d\Omega_1 \Rightarrow$$

$$S^R(\rho, \phi) = I_e(\theta_1, \phi) \frac{\sin \theta_1}{\rho} \frac{d\theta_1}{d\rho}$$

$$\rho = r \sin \theta_1$$

$$= I_e(\theta_1, \phi) \frac{1}{r} \frac{d\theta_1}{d\rho}$$

$$\text{ovvero } \frac{d\rho}{d\theta_1} = r$$

(come visto in precedenza)

$$= I_e(\theta_1, \phi) \frac{1}{r^2}$$

$$= I_F(\theta, \phi) \frac{\sin \theta}{\sin \theta_1} \frac{d\theta}{d\theta_1} \frac{(1 + \cos \theta)^2}{4f^2}$$

Se si introduce in $d\theta/d\theta_1$ l'espressione dell'iperbolicoide, si trova in fine:

$$S^R(\rho, \phi) = I_F(\theta, \phi) \left(\frac{e-1}{e+1} \right)^2 \left(\frac{1 + \cos \theta}{2f} \right)^2 \quad e: \text{eccentricità iperbolicoide}$$

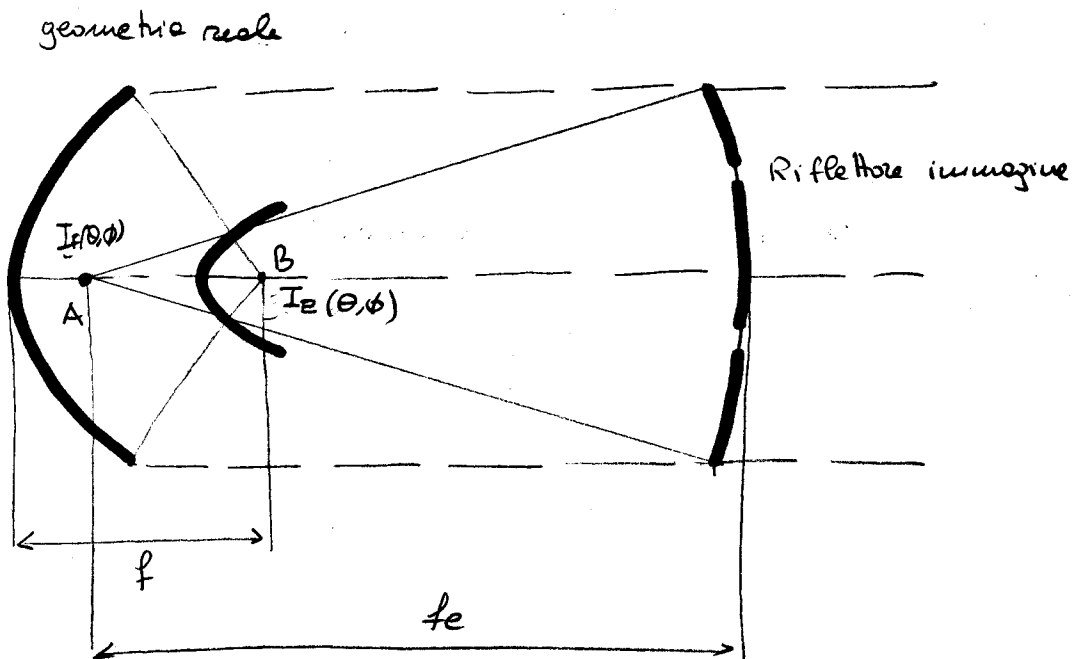
questa espressione va confrontata con quella relativa al singolo riflettore parabolico:

$$S^R(\rho, \phi) = I_F(\theta, \phi) \frac{(1 + \cos \theta)^2}{(2f)^2}$$

Di conseguenza il sistema a doppio riflettore equivale ed in volo riflettore parabolico di ugual apertura e fuoco equivalente

$$f_e = f \frac{e+1}{e-1} > f$$

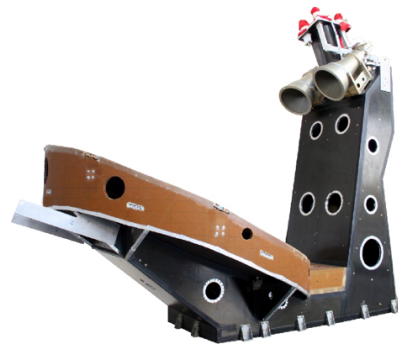
A parità di funzione di illuminazione $I_f(\theta, \phi)$, è come se il campo emergere da un paraboloide "immagine" molto più lontano del feed rispetto alla geometria reale. (maggiore distanza focale)



Le conseguenze sono le seguenti:

- 1) poiché il feed è virtualmente lontano dal riflettore immagine, il campo di apertura sarà più uniforme che nel caso di singolo riflettore. Alte η_I eff. d'apertura (illuminazione)
- 2) poiché il feed reale è "realmente" vicino ai riflettori, l'efficienza di spillover η_s sarà mantenuta elevata
- 3) la struttura risulta molto più leggera e compatta di un sistema a singolo riflettore avente uguale η_A .

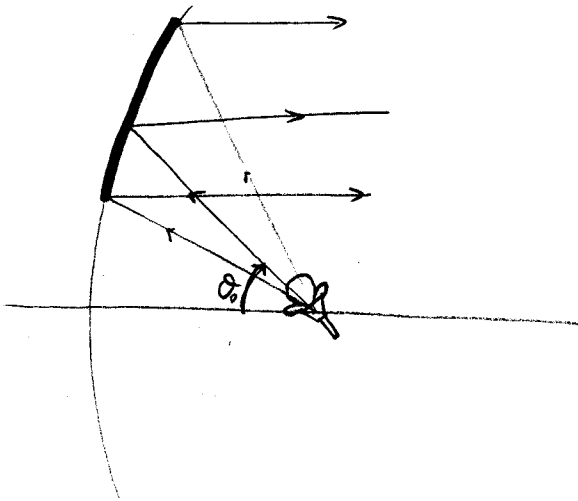
Schemi Offset



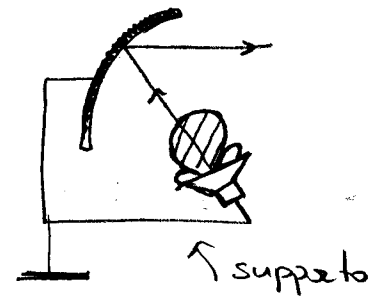
CONFIGURAZIONI OFFSET

1. Riduzione dell'ingombro del sistema a 1/2 riflettori
2. Riduzione dell'effetto di bloccaggio del feed o del riflettore secondario.

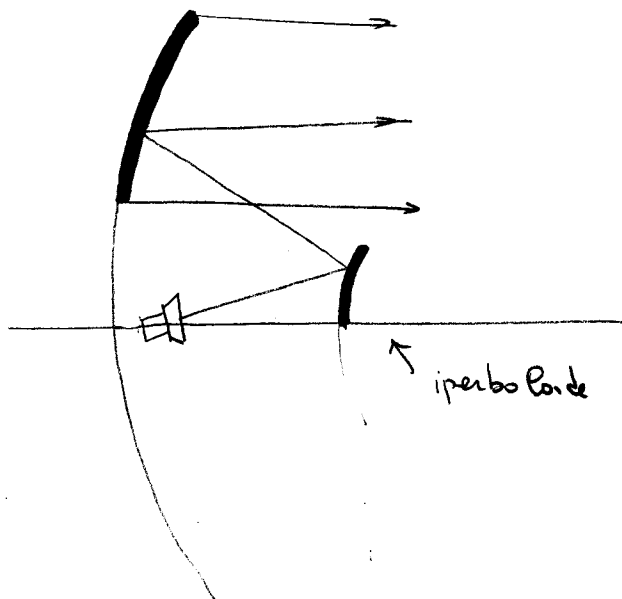
Viene utilizzata solo una porzione piccola dei riflettori



il feed non occlude la parabola ed è orientato rispetto all'asse della parabola di un angolo θ



Vengono spesso ottenute geometrie derivate da Cassegrain



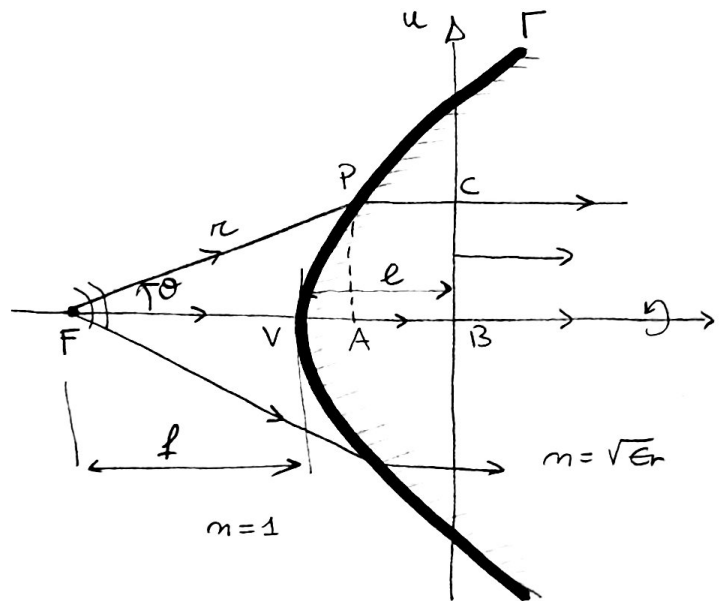
sistemi maggiormente utilizzati

29
I sistemi offset hanno in genere meno elevate cross-polar
per effetto delle perdite di simmetria lungo l'asse.

Per migliorare le prestazioni il riflettore secondario viene
seguato in maniera opportuna.

LENTE A MICROONDE

Si vuole determinare
 la forma di una
 superficie Γ ,
 avente simmetria di
 rotazione attorno ad
 un'asse, che delimiti
 un mezzo dielettrico di
 indice di rifrazione $n = \sqrt{\epsilon_r}$,



in modo che, i raggi provenienti da una sorgente puntiforme
 posta sull'asse emergano paralleli ad Γ . In altri termini
 Γ trasforma onde sferiche in un'onda piana, cioè esegue una
 focalizzazione all'infinito. Il fronte d'onda emergente da Γ deve
 quindi essere un piano ortogonale all'asse. Ciò è verificato quando
 tutti i raggi che entrano sul piano u hanno percorso lo stesso
 cammino ottico

optical path length =
 geometrical path $\times k$

$$(1) \quad \overline{FVB} = \overline{FPC}$$

$$\overline{FVB} = FV \cdot k_0 + VB \cdot k_m = FV \cdot k_0 + l k_m = k_0 f + k_m l$$

$$\overline{FPC} = FP \cdot k_0 + PC \cdot k_m = k_0 r + k_m PC = 0$$

$$PC = AB = l - VA = l - (r \cos \theta - f)$$

$$0 = k_0 r + k_m l - k_m r \cos \theta + k_0 f$$

delle (1) segue:

$$k_0 f + k_0 m l = k_0 r + k_0 m l - k_0 m r \cos \theta + k_0 m f$$

$$f(1-m) = r(1-m \cos \theta)$$

$$(2) \quad \boxed{r = \frac{f \cdot (m-1)}{m \cos \theta - 1}}$$

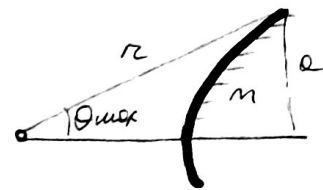
affinché $r > 0 \Rightarrow \cos \theta > \frac{1}{m}$ per cui risulta individuato un angolo massimo di apertura delle lenti

$$\theta_{\max} = \arccos\left(\frac{1}{m}\right)$$

che dipende dall'indice di rifrazione.

Le lenti avrà quindi l'apertura di

$$\text{dimensioni} \quad a = r \sin \theta_{\max}$$



La (2) è l'equazione in coordinate polari di un'iperbole

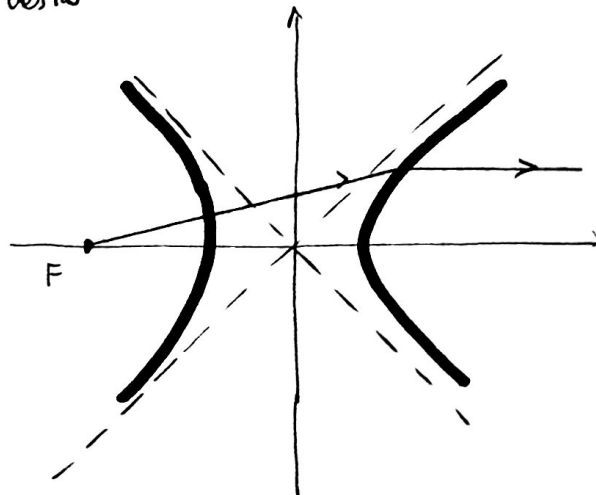
$$r = \frac{p}{e \cos \theta \pm 1}$$

$$p \equiv (m-1)f \quad - \text{parametro}$$

$$e \equiv m \quad - \text{eccentricità}$$

+ : arco di sinistra

- : arco di destra



MICROWAVE LENS

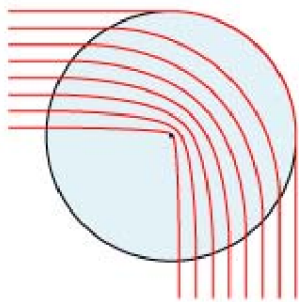


Microwave Accessory, Hollow Plano-convex Lens Comprising a thin moulded plastic dome, 260mm dia., bonded to a 3mm thick plastic plate 315mm square. When in use the lens is filled with paraffin oil. Mounted in a vertical plane by channel base.

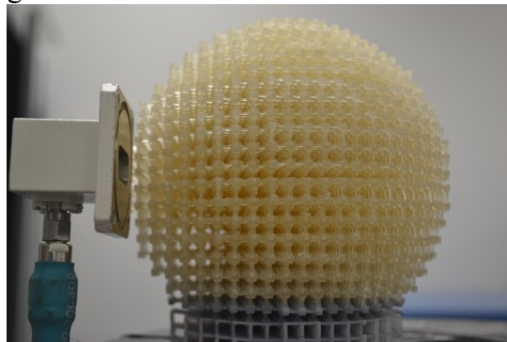
[Microwave Accessories Hollow Plano-convex Lens](#)

3D PRINTED LENS

Field distribution of the lens are both agree well with the simulation.



(a)



(b)

Figure 1. Printed microwave Eaton lens using rapid prototyping technique: (a)



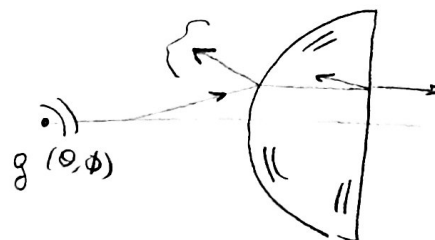
Microwave lens manufactured using glass epoxy

Calcolo del campo emergente da una lente iperbolica

Ipotesi:

le superfici esterne della lente sono edettele e sono libero, in altri termini sono trascurabili le riflettioni verso la sorgente (lamine o $\lambda/4$)

Sia $g(\theta, \phi)$ intensità di radiazione del feed nella direzione (θ, ϕ)



1

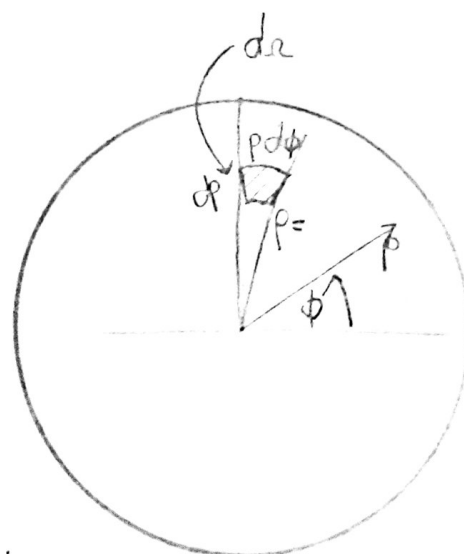
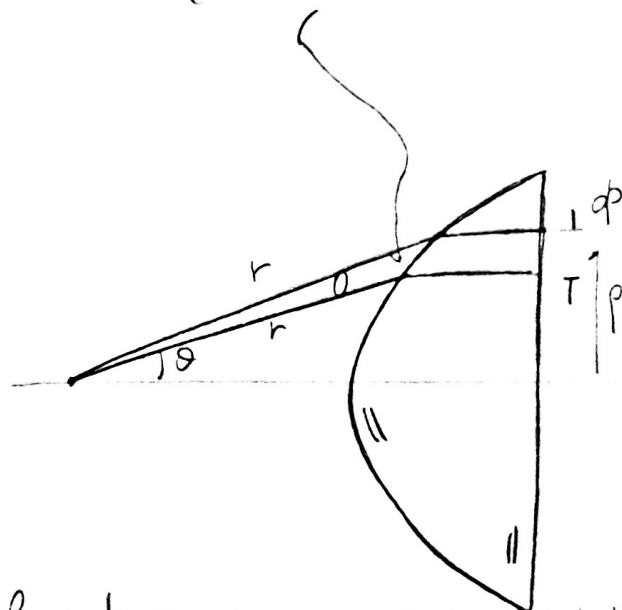
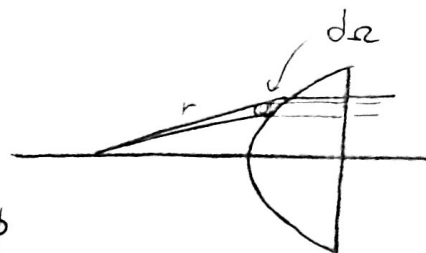
Calcolo della densità superficiale di potenza emergente dall'apertura

La potenza all'interno dell'angolo solido

$d\Omega = \sin\theta d\theta d\phi$ che incide sulle

lente e:

$$p_{in} = g(\theta, \phi) d\Omega = g(\theta, \phi) \sin\theta d\theta d\phi$$



La potenza si propaga dentro il tubo di flusso di sezione $d\rho \cdot \rho d\phi$ con $\rho = r \sin\theta$

Per la conservazione della potenza nel tubo di flusso e:

$$\underbrace{g(\theta, \phi) \sin \theta \, d\theta \, d\phi}_{P_{in}} = \underbrace{p(\rho, \phi) r \sin \theta \, d\rho \, d\phi}_{P_{out}}$$

↑ grandezza da calcolare

$p(\rho, \phi)$ densità di potenza sull'apertura

$$p(\rho, \phi) = g(\theta, \phi) \frac{1}{r} \frac{d\rho}{d\theta}$$

ovvero $\rho = r \sin \theta$,

dell'eq. della Rank è

$$r = \frac{f(m-1)}{m \cos \theta - 1}$$

da cui

$$\rho = \frac{\sin \theta \cdot f \cdot (m-1)}{m \cos \theta - 1}$$

$$\frac{d\rho}{d\theta} = \frac{(m-1) \cdot f \cdot (m - \cos \theta)}{(m \cos \theta - 1)^2}$$

e quindi

$$p(\rho, \phi) = g(\theta, \phi) \frac{m \cos \theta - 1}{f(m-1)} \frac{(m \cos \theta - 1)^2}{(m-1) f \cdot (m - \cos \theta)} = g(\theta, \phi) \frac{(m \cos \theta - 1)^3}{f^2 (m-1)^2 (m - \cos \theta)}$$

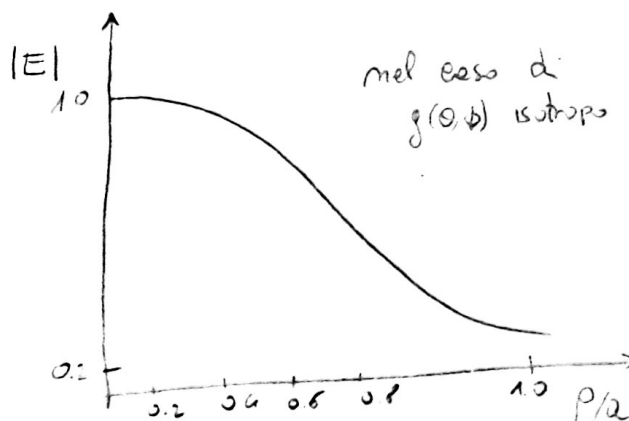
2

$$|E_\theta| \propto \sqrt{p(\rho, \phi)}$$

campo d'apertura

{ si è completamente trascurato la polarizzazione }

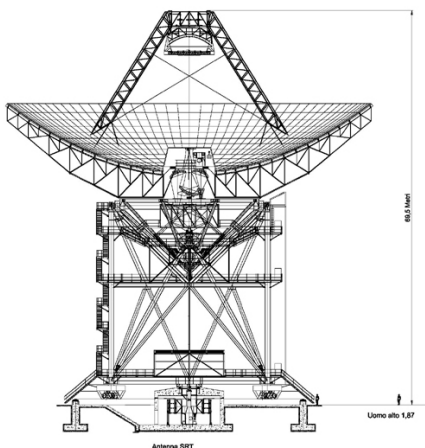
Si ha un andamento taperato del campo sull'apertura



→ campo di apertura equitono
ma non equiampio.

$$\Rightarrow \eta_A < 1$$

Schemi Gregoriani



Sardinia Radio Telescope
0.3Mhz – 100MHz

Posizione	Pranu Sanguni (CA), Italia
Coordinate	Lat. 39°29'50" N - Long. 09°14'40" E
Ottica	Gregoriana (shaped) + BWG
Frequenze operative	0.3÷100 GHz
Diametro del riflettore parabolico	64 m
Diametro del sub-riflettore ellittico	8 m
Diametro specchi ellittici BWG	2.9÷3.9 m
Ricevitori Multi-beam	22 GHz (7 feeds)
Fuochi disponibili	Primario $f/D = 0.33$ Gregoriano $f/D = 2.34$ $2 \times$ BWG I $f/D = 1.38$ $2 \times$ BWG II $f/D = 2.81$
Escursione in elevazione	$5^{\circ} \div 90^{\circ}$
Escursione in azimut	$\pm 270^{\circ}$
Escursione in angolo parallattico	$\pm 60^{\circ}$
Velocità di spostamento (vel. vento < 60 km/h)	0.85 °/sec Azimuth 0.5 °/sec Elevazione 10°/sec Angolo parallattico
Accuratezza superficiale (rms da specifiche)	630 micron (superficie passiva) 185÷119 micron (superficie attiva)
Puntamento (rms da specifiche)	11÷1.8 arcsec
Risoluzione	19.5 arcmin/f (GHz)
Guadagno	0.4÷0.7 K/3y
Primi lobi laterali	circa 20 dB sotto al lobo principale
Montatura dei ricevitori	Fuoco primario : posizionatore mobile con 4 alloggiamenti Fuoco gregoriano : cilindro ruotante con 8 alloggiamenti BWG I-II : fissi con 4 alloggiamenti

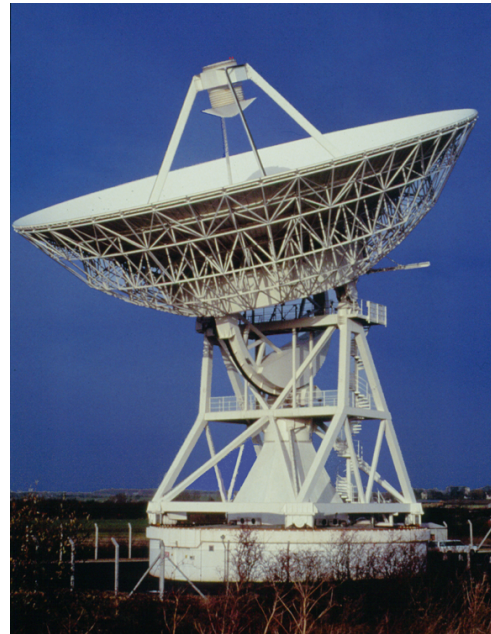
Schemi Gregoriani



Sub-reflector Gregoriano
(Arecibo)



Schemi Cassegrain

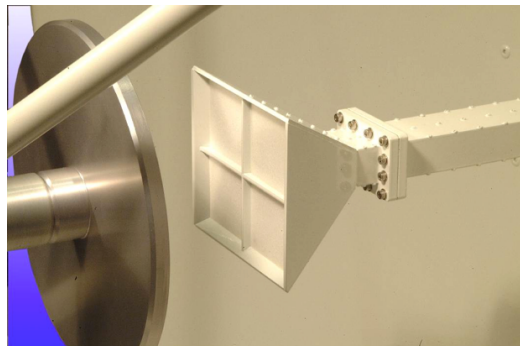


The 32m Radio Telescope at Cambridge.
(Schema Cassegrain)

Schemi Cassegrain



**1.2 m 4 Feed 15.5 to
17 GHz Monopulse
Cassegrain Reflector
Antenna**



Schemi Offset

