

SORGENTI DI  
CAMPO E.M.

# TEORIA DELLE ANTENNE

## 1. Problema Diretto (Analisi)

note la geometria dell'antenna e l'alimentazione  
(generatori di corrente o tensione)

⇒ calcolare il campo elettromagnetico in tutto  
nello spazio

## 2. Problema Inverso (Sintesi)

note il campo in tutto (o almeno sue caratteristiche  
rilevanti (forme del fascio, puntamento...))

⇒ determinare la geometria dell'antenna e  
quindi indirettamente le correnti di  
alimentazione

Il passaggio da sorgenti a campo, e viceversa è  
regolato dalle Equazioni di Maxwell.

# SORGENTI DEL CAMPO ELETTROMAGNETICO

Partiamo dalle equazioni di Maxwell nel dominio delle frequenze in un mezzo stazionario

$$\left\{ \begin{array}{l} \nabla \times \underline{E} = -j\omega \underline{\mu} \underline{H} - \underline{M}_{TOT} \quad (\text{Faraday}) \\ \nabla \times \underline{H} = j\omega \underline{\epsilon} \underline{E} + \underline{J}_{TOT} \quad (\text{Ampere}) \\ \nabla \cdot \underline{D} = \rho \\ \nabla \cdot \underline{B} = \rho_{in} \quad (\text{Gauss}) \end{array} \right.$$

tutti i vettori indicati sono fasori, per cui l'andamento nel tempo si potrà ottenere nel modo seguente

(Gauss campo mag.)  $\underline{e}(E, t) = \text{Re}[\underline{E}(r) e^{j\omega t}]$

$\underline{J}_{TOT}$  [A/m<sup>2</sup>] è una densità di corrente elettrica totale che può contenere sorgenti impresse, indotte, equivalenti, immagine.

$\underline{J}_0(\underline{r})$  : Sorgente impressa. Descrive i generatori fisici del campo nei quali c'è trasformazione in energia elettrica che alimenta l'antenna di una di terra forma di sorgente indotta

$\underline{J}(\underline{r}')$  : è la corrente sostenuta dal campo, per esempio la corrente di conduzione  $\underline{J}_c = \sigma \underline{E}$  (legge di Ohm)

che scorre sul conduttore reale. Si tratta di una sorgente secondaria che genera o sua volta un campo che si oppone a quello generato dalle sorgente impresse, concomitando quindi al campo totale.

$J_e(r)$  :  Sorgente equivalente ( nel senso specificato dal Principio di Huygens e formalmente dal Teorema di Equivalente ).  
 Rappresenta in modo indiretto per descrivere l'irradiazione da sorgenti reali.  
 → utile e pratica da misure di campo vicino

$J_i(r)$  =  Sorgente immagine.  
 Si sommano alle sorgenti reali per simulare la presenza di teste metalliche perfettamente conduttrici ovvero di teste magnetiche.

$M_{TOT}(z)$  = Densità di corrente magnetica  
 [V/m<sup>2</sup>]

Bisogna premettere che non esistono sorgenti magnetiche reali (non c'è una carica magnetica), ma esistono alcune strutture radianti che possono essere modellate da una sorgente magnetica opportunamente definita.

Anche per tale classe di sorgenti vale la classificazione in

- Sorgenti equivalenti
- sorgenti immagine.

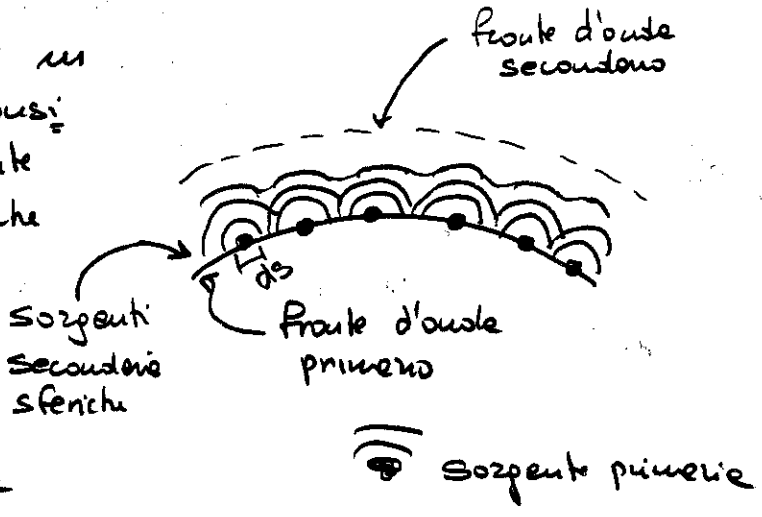
Il problema di Analisi delle antenne consiste quindi nel risolvere le equazioni di Maxwell avendo specificato le vere sorgenti e le condizioni al contorno sulla superficie che limita la regione di interesse

Stesse classificazioni per le densità di correnti elettrica e magnetica

# PRINCIPIO DI EQUIVALENZA (Sorgenti Equivalenti)

E' noto il principio di Huygens-Fresnel

"Ogni elemento  $ds$  di un fronte d'onda si puo' considerare come una sorgente secondaria di onde sferiche in fase con la sorgente primarie e di ampiezza proporzionale a quella dell'onda primarie e dell'area  $ds$ ."

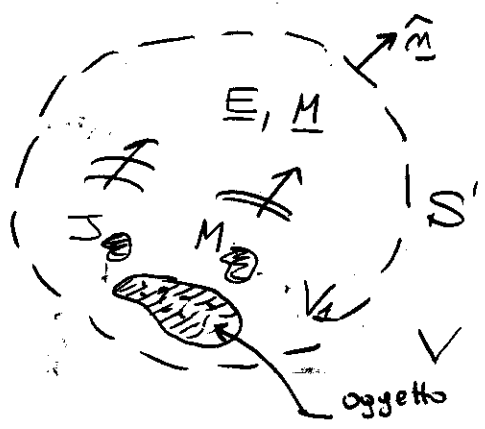


La perturbazione prodotta in un punto dello spazio si puo' quindi ottenere come sovrapposizione di tutte le onde sferiche che raggiungono tale punto."

Il Principio / Teorema di Equivalente generalizza questo concetto.

Si consideri un sistema di sorgenti  $\vec{J}, \vec{M}$  che mediano tutto lo spazio in campo elettromagnetico  $\vec{E}, \vec{H}$

Sia  $S$  una superficie chiusa e  $V_1$  il volume in essa contenuto. Tutte le sorgenti siano contenute in  $V_1$ .



Sia  $V$  la regione complementare ad  $V_1$ , cioè esterne alla superficie  $S$ .

# Il Teorema di Equivalenza afferma che

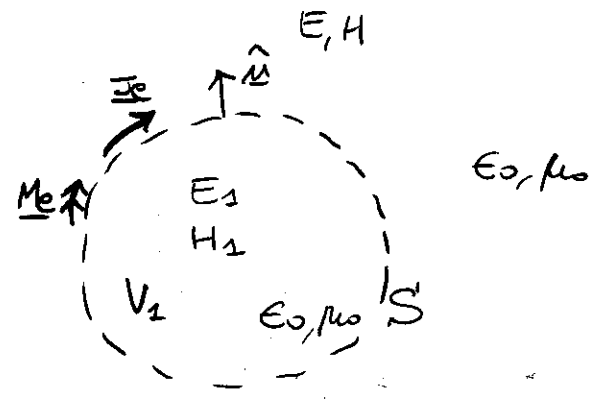
" il campo elettomagnetico al di fuori di  $S$  può essere espresso in termini di sorgenti equivalenti  $\underline{J}_e, \underline{M}_e$  poste sulla superficie  $S$ , che possono essere determinate a partire dalle conoscenze su di una delle componenti tangenziali dei campi."

sistemi reali  $\rightarrow$  sistemi equivalente

La definizione di tali sorgenti equivalenti non è unica, e dipende dalle tipologie di sistemi equivalente ipotizzato, ed in particolare da cosa si ammette possa trovarsi dentro la superficie  $S$ .

## 1. Caso più generale

$V_1$  è costituito da un mezzo omogeneo uguale a quello esterno alla superficie  $S$  (per esempio il vuoto).



- Non ci sono più correnti impresse.
- E' presente in arbitrario campo  $\underline{E}_1, \underline{H}_1$  su  $V_1$
- Al di fuori di  $S$  è presente il campo  $\underline{E}, \underline{H}$  uguale a quello del problema originale.

Sulle superficie  $S$  si stabiliscono allora discontinuità di campi elettrici e magnetici.

In virtù del teorema di Continuità tali discontinuità deve essere sostenute da correnti elettriche e magnetiche che scorrono su  $S$  dette da

$$\underline{J}_e = \hat{n} \times (\underline{H} - \underline{H}_1) \quad \underline{M}_e = -\hat{n} \times (\underline{E} - \underline{E}_1)$$

[A/m] [V/m]

Cioè tali sorgenti corrispondono alle differenze tra le componenti tangenti dei campi esterni ed interni. Si tratta di densità lineari di corrente.

Ai fini del campo indotto all'esterno di  $S$  è quindi sufficiente conoscere tali sorgenti equivalenti che indichiamo nello spazio libero.

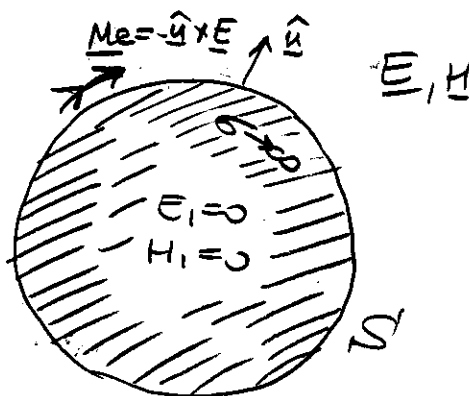
## 2. Caso campo interno nullo

Nel problema equivalente si sceglie  $\underline{E}_i = 0$ ,  $\underline{H}_i = 0$  e quindi le sorgenti equivalenti saranno semplicemente le componenti tangenziali dei campi originali sulle superficie  $S$

$$\begin{cases} \underline{J}_e = \hat{n} \times \underline{H} \\ \underline{M}_e = -\hat{n} \times \underline{E} \end{cases} \quad \text{su } S$$

## 3. Caso con metallo elettrico PEC

Il sistema equivalente prevede questa volta che la superficie  $S$  sia riempita di un conduttore elettrico perfetto (PEC).



All'interno del PEC è,  $E_i = 0$ ,  $H_i = 0$ .

Poiché il PEC non perturba il campo interno rispetto alla configurazione precedente, le correnti equivalenti sono definite allo stesso modo.

In tal caso però,  $\underline{J}_e$  è una corrente impressa su un conduttore che non è in grado di indurre,

in questo viene esorcimentata, da esso. Di conseguenza l'unica corrente che resta e' quella magnetica

$$\underline{M}_e = -\hat{n} \times \underline{E}$$

Spiegazione alternativa:

La presenza del conduttore PEC induce una condizione al contorno

$$\hat{n} \times \underline{E} = 0 \quad \text{su } S$$

Questa condizione non si trova necessariamente nel campo originario (non e' detto che il campo tangente sia nullo).

Per ripristinare tale campo tangente, che verrebbe annullato dal conduttore, e' allora necessario imprimere su di esso una densita' di corrente magnetica pari proprio a

$$\underline{M}_e = -\hat{n} \times \underline{E}$$

Il problema non si pone per il campo magnetico che puo' essere  $\hat{n} \times \underline{H} \neq 0$  su  $S$  anche nel problema equivalente.

Il caso (1) e il caso (2) sono molto differenti in quanto nel primo le correnti  $\underline{J}_e$  e  $\underline{M}_e$  iniettano in tutto  $V$  e spesso mentre nel secondo le sorgenti  $\underline{M}_e$  iniettano solo in  $V$  in quanto in  $V_1$  il campo e' automaticamente nullo per la presenza del conduttore PEC. In altri termini non e' necessario imprimere su  $S$  una sorgente equivalente elettrica che sostenga la discontinuita' delle componenti tangenti di campo magnetico, in questo caso e' automaticamente imposta dal contorno  $S$

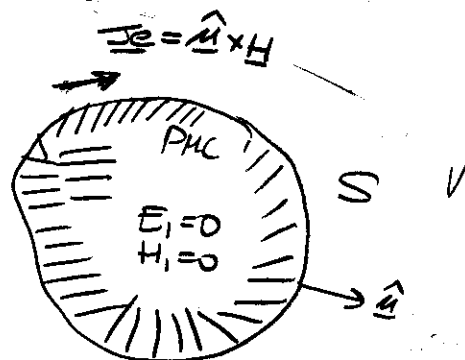
- in  $V_1 \quad H_t = 0$
- in  $V_2 \quad \hat{n} \times H \neq 0$



#### 4. Caso con metallo magnetico PMC

Se la superficie  $S$  è e riempita di conduttore magnetico perfetto, la sorgente equivalente sarà solamente

$$\underline{J}_e = \hat{u} \times \underline{H}$$



che serve a ripristinare il valore di campo magnetico tangente che sarebbe altrimenti annullato dalle condizioni di parete magnetica.

$$\hat{u} \times \underline{H} = 0$$

Il campo elettrico tangente alla parete è naturalmente discontinuo per effetto delle condizioni PMC.

Nell'ipotesi di campo interno nullo, si riassumono le tre formulazioni del teorema di equivalenza

$V_2$	Sorgenti equivalenti su $S$	
vuoto	$\underline{J}_e = \hat{u} \times \underline{H}$	$\underline{M}_e = -\hat{u} \times \underline{E}$
PEC	—	$\underline{M}_e = -\hat{u} \times \underline{E}$
PMC	$\underline{J}_e = \hat{u} \times \underline{H}$	—

Il teorema di Equivalenza, come si vedrà in seguito, permetterà di descrivere in modo molto efficace vere e proprie figurenti radianti.

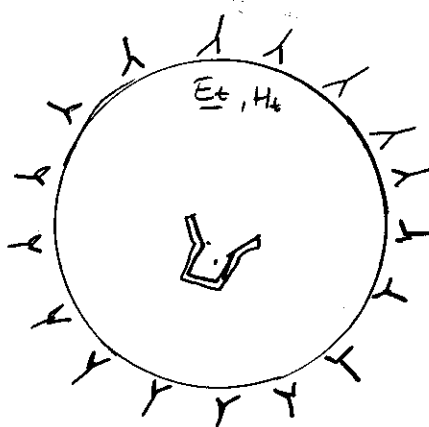
# Esempi di applicazione

## 1. Misure del campo vicino.

Si acquisisce con un sistema di misure il campo vicino mediato dall'antenna.

(Sistemi ad arco)

Si passa poi alle sorgenti equivalenti sulle superficie delle sfere

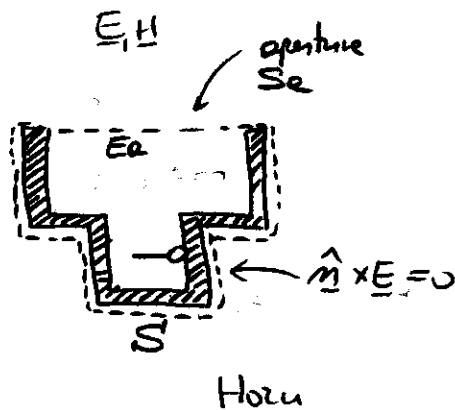


Google : SATIMO, STARLAB

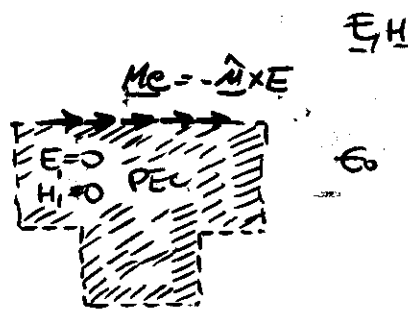
## 2. Antenne ed aperture

Si fa in modo che la superficie  $S$  copra con buona parte del contorno dell'antenna dove il campo elettrico tangente è nullo.

Resta solo l'apertura dove  $\underline{E}_e = \hat{n} \times \underline{E}$  su  $S_e$   
 $\neq 0$



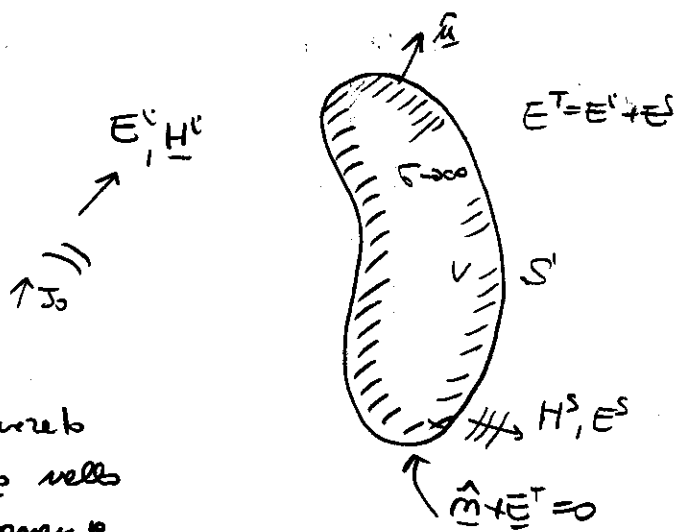
Il sistema equivalente è pertanto il seguente



# EQUIVALENZA FISICA

C'è un'ulteriore formulazione del teorema di ~~equivalenza~~ equivalenza che permette di sostituire un'antenna o un oggetto PEC esposto all'incidenza di campo elettromagnetico con sorgenti elettriche equivalenti.

Si consideri per generalità

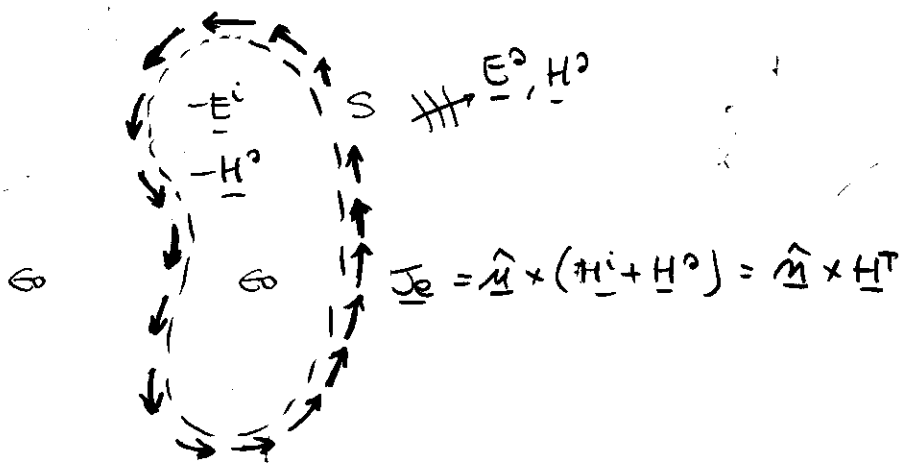


$\underline{E}^i$  : campo incidente generato dalla sorgente  $\underline{J}_s$  nello spazio libero, in assenza dell'oggetto PEC

$\underline{E}^s$  : campo diffratto dall'oggetto investito da  $\underline{E}^i$

$\underline{E}^t$  : campo totale

Problema equivalente :



Per sostenere la discontinuità dei campi su  $S$ , bisogna imporre le seguenti densità di correnti equivalenti

$$\underline{J}_e = \hat{n} \times [\underline{H}^S - (-\underline{H}^i)] = \hat{n} \times (\underline{H}^S + \underline{H}^i) = \hat{n} \times \underline{H}^T$$

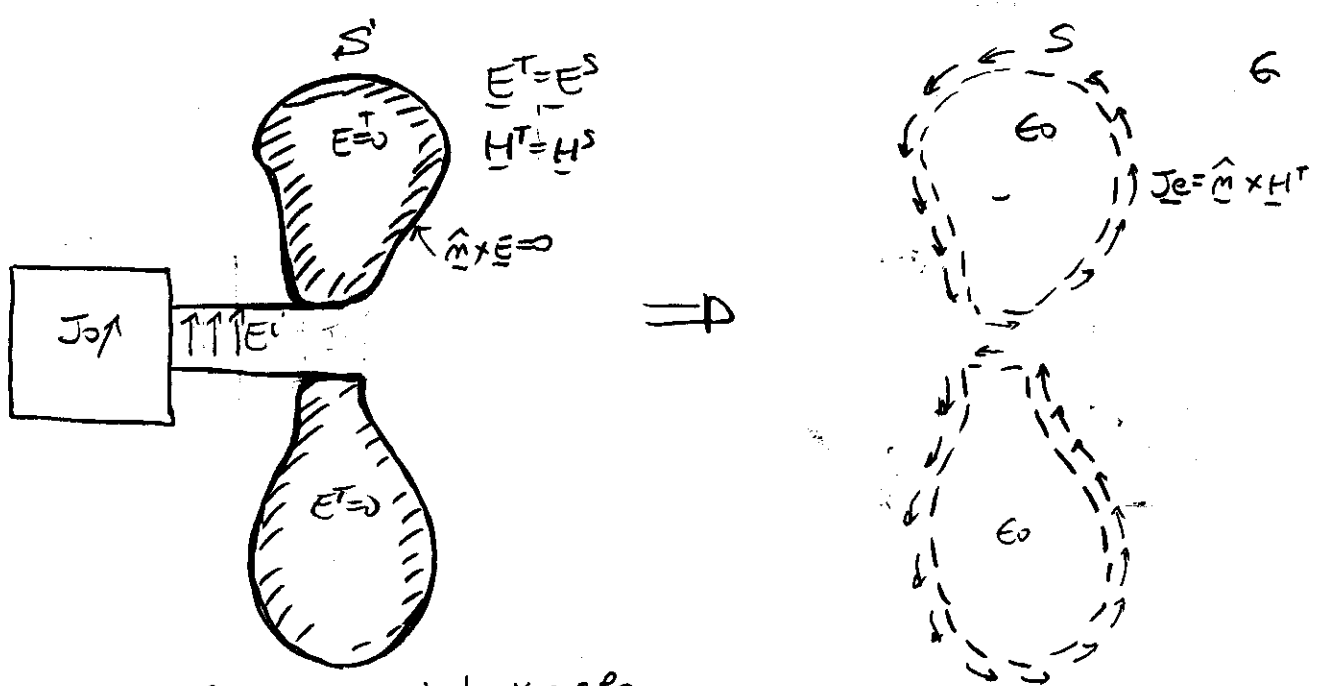
$$\underline{M}_e = -\hat{n} \times [\underline{E}^S - (-\underline{E}^i)] = -\hat{n} \times (\underline{E}^S + \underline{E}^i) = -\hat{n} \times \underline{E}^T = 0$$

Ci sarà solo una densità di corrente elettrica pari alla componente tangente del campo magnetico totale

$$\underline{J}_e = \hat{n} \times \underline{H}^T$$

Se il conduttore PEC è un'antenna ricevente, questo correnti è quella che viene indotta sulle superficie dell'antenna e che non può essere raccolta dal ricevitore.

Se la sorgente impressa è portata sul conduttore, per esempio ed i suoi circuiti, si ottiene un'antenna trasmittente



Il campo incidente vive solo nelle linee di orientamento

Il campo di Hertz coincide con il campo totale al difuori del perimetro

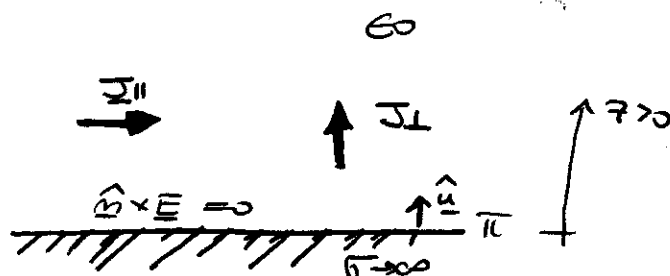
Il Teorema di Equivalenza, come si vedrà in seguito, non serve solo per formulare in modo diverso (ed indiretto) il problema del calcolo del campo elettromagnetico, ma anche per ottenere dalle relazioni complesse che permettono di calcolare le correnti che scendono sull'antenna oppure su un oggetto metallico o dielettrico diffrangente.

## TEOREMA / PRINCIPIO DELLE IMMAGINI (Sorgenti immagine)

Questo teorema permette, come il precedente, di definire un problema elettromagnetico equivalente a quello originario, con due diverse definizioni di sorgenti equivalenti. È utile qualora si abbiano sorgenti che inadesso in presenza di un piano  $\text{PEC}$  o  $\text{PMC}$ .

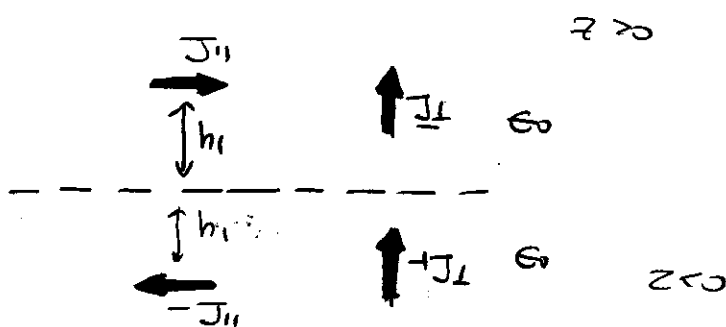
### Piano PEC

Si considerino sorgenti elettriche parallele e ortogonali al piano  $\text{PEC}$ .



Il campo indotto da tali sorgenti nel semispazio  $z > 0$  è uguale a quello indotto da tali sorgenti in aggiunta a sorgenti immagine poste

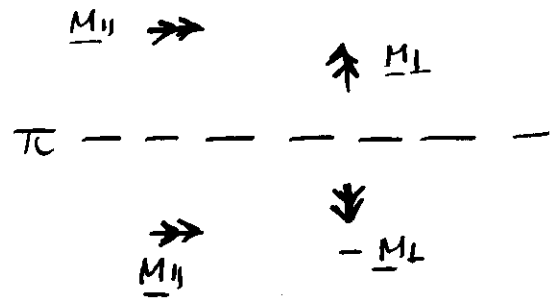
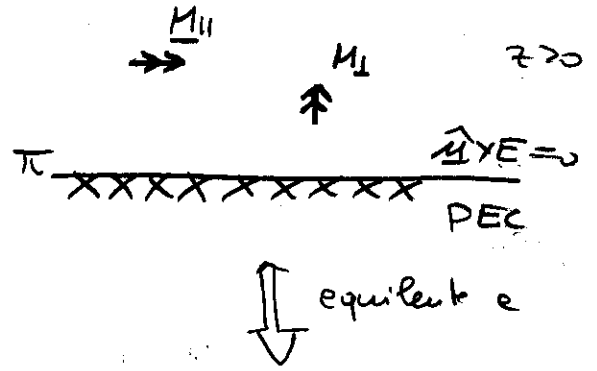
in posizione speculare alla piana rispetto al piano metallico e di stessa intensità e con segno uguale nel caso di sorgenti normali al piano  $\pi$  e con segno opposto nel caso di sorgenti parallele.



In questa formulazione il piano (metallo)  $\text{PEC}$  è stato rimosso e le sorgenti immagine e le loro immagini inadesso nello spazio libero. Il campo da essi prodotto è equivalente

è uguale a quella originale nel solo semispazio  $z > 0$ .

Quel che le sorgenti fossero state magnetiche, i segni sarebbero stati invertiti.



Piano PMC

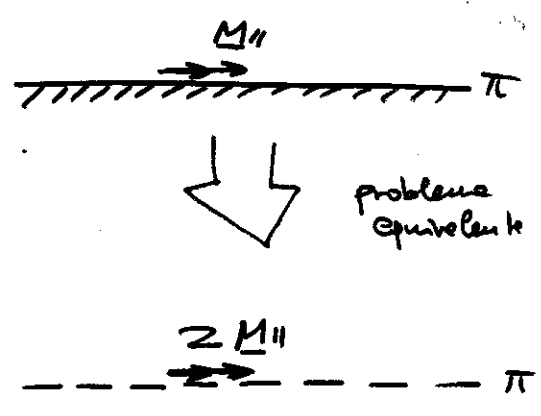
Si inventano tutte le relazioni dei segni esposte per il caso PEC e cioè, ripiegando:

PIANO	Sorgenti primarie			
	$\underline{J}_{  }(d)$	$\underline{J}_{\perp}$	$\underline{M}_{  }$	$\underline{M}_{\perp}$
PEC	$-\underline{J}_{  }(-d)$	$+\underline{J}_{\perp}$	$+\underline{M}_{  }$	$-\underline{M}_{\perp}$
PMC	$\underline{J}_{  }$	$-\underline{J}_{\perp}$	$-\underline{M}_{  }$	$+\underline{M}_{\perp}$

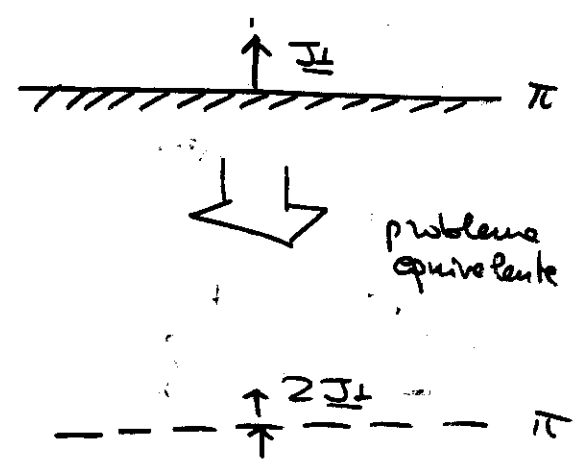
Sorgenti  
Immagine

Il Teorema delle Immagini conserva validità anche quando le distanze tra le sorgenti e il piano PEC / PMC tende a zero  $d \rightarrow 0$

In tal caso, per esempio se la sorgente è magnetica ed è tangente al conduttore PEC, nel problema equivalente ci sarà una sola corrente magnetica doppia della precedente



Idem nel caso ci sia una sorgente elettrica normale alla superficie PEC



In definitiva, il vantaggio di questo teorema è la possibilità di rimuovere piani metallici e magnetici sostituendo quindi le equazioni di Maxwell nello spazio libero.

In queste condizioni la loro risoluzione, come si vede, risulta molto più semplice



## Note Sorgenti equivalenti v.s. sorgenti immagine

Le sorgenti equivalenti sono sorgenti fittizie dedotte dalle componenti tangenti del campo elettrico alle superficie, di forme qualunque, che racchiude le sorgenti reali. Permettano di rappresentare in maniera completa tutto il fenomeno di radiazione all'esterno della superficie. (Disaccoppiamento problema interno ed esterno - Gravolete di Interfacce)

Le sorgenti immagine hanno lo stesso ruolo delle sorgenti primarie (imprese) e vanno usate assieme alle precedenti per rappresentare completamente il fenomeno di propagazione simulando la presenza di un piano PEC o PMC. Da sole non sono sufficienti.

Uso congiunto dei due teoremi

